ESTUDIO FAO: MONTES 22/1

estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento

con referencia especial a los trópicos

vol. 1 - estimación del volumen

por

f. cailliez
centre technique forestier tropical, francia

ORGANIZACION DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA AGRICULTURA Y LA ALIMENTACION
Roma 1980

Las denominaciones empleadas en esta publicación y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implican, de parte de la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, juicio alguno sobre la condición jurídica de países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

M-35
ISBN 92-5-300923-3

PROLOGO

Probablemente son pocas las discrepancias que hay entre los encargados del manejo de los bosques en cuanto a que la capacidad de estimar el volumen de los árboles y de los rodales y de prever lo que producirá el bosque en diferentes sitios con diferentes tratamientos silvícolas es de importancia fundamental para todo proceso de planificación racional relacionado con la actividad forestal. Pero hay mucha diversidad de opiniones acerca de lo que constituye el "rendimiento" y sobre la manera de estimarlo y proyectarlo hacia el futuro.

En el presente manual se hace un esfuerzo por codificar métodos actualmente empleados para estimar el volumen de los árboles y de los rodales y pronosticar el rendimiento del bosque de una manera que sea práctica y útil a las personas encargadas de efectuar estos cálculos sin que necesariamente tengan mucha experiencia en la materia.

Es preciso reconocer que ésta es una esfera de la actividad humana que se encuentra actualmente en un proceso de evolución rápida, sobre todo en lo que respecta a los bosques que crecen en el medio tropical. Por consiguiente hay que considerar todo lo que se dice en el presente manual como provisional y sujeto a futuro perfeccionamiento, según las situaciones particulares que se presenten o las nuevas técnicas que se inventen. Es de notar que haya otras técnicas que no se mencionan en este texto, aunque sean superiores para determinados fines.

Así es que no se trata de un manual en el verdadero sentido de la palabra; es más bien un conjunto de instrucciones para escoger un procedimiento, combinadas con explicaciones más detalladas acerca de la técnica de cálculo que se aplica en algunos casos específicos.

Este manual se refiere especialmente al trópico y es aplicable a los bosques tanto naturales como artificiales. Dada la gran dificultad de estimar el crecimiento y el rendimiento de los bosques naturales mixtos disetáneos, los métodos que se dan a conocer sirven para construir modelos de crecimiento, aplicables principalmente a los bosques coetáneos. No se da ninguna instrucción específica sobre el caso de los bosques mixtos, sino más bien ejemplos de las posibles maneras de resolver los problemas que estos bosques presentan.

Este manual se compone de dos volúmenes. En el primer volumen se dan a conocer las técnicas utilizadas para medir los árboles y estimar el volumen de éstos y de los rodales y en el segundo volumen, las de pronóstico del crecimiento y del rendimiento. En una serie de apéndices se incluyen técnicas estadísticas y matemáticas, algunos cuadros estadísticos, formularios en blanco de cálculo y registro de datos y una bibliografía anotada.

El volumen I de este manual lo redactó Francis Cailliez, Centre Technique Forestier Tropical (CTFT), Nogent-sur-Marne, Francia y el Volumen II, Denis Alder, Commonwealth Forestry Institute (CFI), Oxford, Gran Bretaña, quien también preparó los apéndices. Coordinó la labor de ambos autores Jöran Fries, Universidad Sueca de Ciencias Agrícolas, Upsala, Suecia. Formularon y orientaron los trabajos Jean-Paul Lanly y Karn Deo Singh, Dirección de Recursos Forestales, FAO. Jean Clement (CTFT) colaboró en la etapa inicial de este estudio.

La traducción española del Manual fue hecha por el señor Noel Ogaya de la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, al cual estamos sinceramente agradecidos.

El primer borrador del presente manual se sometió a la consideración del Grupo Sectorial 34.01 de la IUFRO (dendrometría, crecimiento y rendimiento) en su reunión celebrada en Oxford en septiembre de 1979 y se debatió en detalle durante todo un día. Entre los participantes había dendrómetras forestales tropicales, invitados especialmente por la FAO para que hicieran un examen crítico y exhaustivo del contenido del manual. Además se envió este manual a varios especialistas solicitando sus observaciones. Los autores mencionados redactaron una versión corregida del manual basándose en dichas observaciones.

El presente manual es el primero en su género en lo que se refiere a la actividad forestal tropical, pero hay un gran margen para mejorarlo y completarlo. Se necesitan de inmediato sobre todo nuevos estudios complementarios sobre los rodales mixtos no coetáneos. Mucho se agradecerá cualquier sugerencia al respecto.

M.A. Flores Rodas
Subdirector General
Departamento de Montes

VOLUMEN I

INDICE

0 INTRODUCCION

¿Cómo medir el volumen de árboles y de bosques? La primera parte del manual intenta responder esta pregunta.
Vale la pena tratar esta materia por dos razones esenciales:

- El problema en sí mismo, ni es tan simple, ni está tan claramente definido como parece. Es necesario determinar, tan preciso como sea posible, la naturaleza del volumen requerido: ¿radica el interés en la biomasa leñosa, en el volumen de los fustes, en el volumen de los árboles para madera aserrable, etc...?

- Una vez que el volumen o los volúmenes requeridos han sido especificados, debe definirse la manera de su medición. En este campo, las prácticas forestales son muy viejas y variadas y es importante tratar de unificarlas de modo que sea posible establecer comparaciones válidas entre estimaciones hechas por diferentes personas en diversos países.

Siendo este libro un manual, el énfasis radica en los métodos más sencillos y no se mencionan técnicas sofisticadas que solamente pueden ser aplicadas por institutos de investigación bien equipados (utilización de dendrómetros costosos, mediciones de volumen por fotografías aéreas, etc,...).
Además, este manual está destinado principalmente a los forestales de países tropicales, donde las mayores dificultades atañen a la utilización de la madera como combustible o como materia prima para el abastecimiento de plantas de contrachapado o aserraderos, o para la producción de pulpa. Es por esto, que no se consideran otros usos del bosque (cosecha de productos menores como corcho, utilización de árboles forrajeros, etc,...) que plantean problemas específicos de medición.
Después de definir los tipos de volumen más importantes, se da una descripción de los procedimientos a seguir para la obtención de datos y de los cálculos a aplicarse.
Esta primera parte del manual puede considerarse como una introducción a la dendrometría y pudo haber sido incluída en un manual de inventarios forestales. Es fácilmente comprensible para cualquier persona que trabaje en este campo.

1 DIFERENTES VOLUMENES QUE PUEDEN DEFINIRSE EN UN ARBOL

El volumen sobre el que se está tratando debe definirse en todos los casos. Por lo tanto es necesario responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el objeto físico involucrado?
- ¿En que parte de este objeto radica el interés?

Además, debe especificarse como fué calculado el volumen de dicho objeto, ya que el volumen real rara vez se conoce con exactitud (sería el volumen de agua desplazado por el objeto al sumergirse en un tanque). Los procedimientos para la estimación del volumen exacto se describen en el parágrafo 23. Por el momento, se regresa a las dos preguntas anteriores.

11 ¿CUAL ES EL OBJETO FISICO CONCERNIENTE?

Puede ser:

- el tallo o fuste : La parte del árbol que va del pie del mismo hasta la yema terminal. En los árboles ramificados se considera convencionalmente como yema terminal la más elevada.
- las ramas.
- las raíces.
- el árbol : fuste + ramas + raíces.

Especificar si la corteza está incluída o no lo está.

12 EN QUE PARTE DEL OBJETO RADICA EL INTERES

Los límites del objeto son una sección transversal inferior (en el extremo mayor) y una sección transversal superior (en el extremo menor). Cada una de estas secciones puede definirse de diferentes maneras.

121 Dimensiones de las secciones transversales

A continuación se presentan tres ejemplos de secciones transversales superiores:

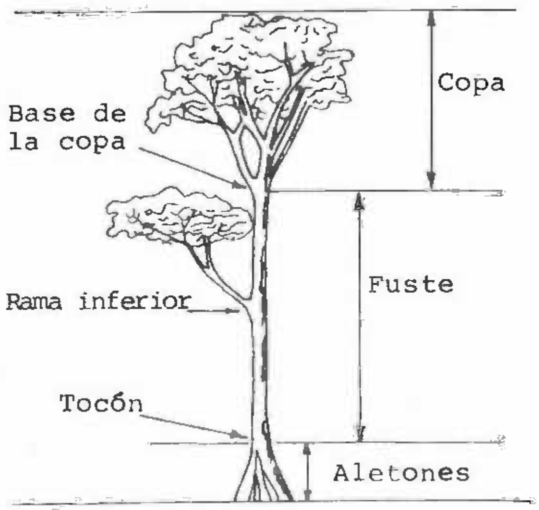
- La sección transversal de 0 cm de diámetro significa que el límite es la extremidad física del fuste o de las ramas. Se habla entonces de volumen total.
- La sección transversal de 7 cm de diámetro es la más frecuentemente usada para establecer un límite con las ramas delgadas, las cuales son muy numerosas, de difícil medición y de escaso interés. Es el límite superior de la madera rolliza o gruesa ("big wood").
- También son posibles otras secciones transversales: la sección de 5 cm de diámetro, por ejemplo, se acepta frecuentemente como la sección transversal superior para el volumen de madera de pulpa.

122 Secciones de forma-Ejemplos

122.1 El tocón. Puede definirse como la base de la parte del tronco que se extrae del bosque bajo condiciones excepcionales de explotación (con pérdida mínima del volumen utilizable). Para árboles sin aletones, este nivel se sitúa generalmente a una altura del suelo entre los 10 y 50 cm. Si el nivel no se especifica se presume que se halla a una distancia del suelo igual a la centésima parte de la altura total del árbol. Para árboles con aletones o con raíces aéreas, el tocón es el tope del aletón o de las raíces (un nivel que en líneas generales es mayor que la altura de corte).

122.2 La base de la copa. Es el lugar donde el tallo claramente ramifica. Estas dos secciones permiten la definición de:

el fuste (tronco):	Parte del tallo situada entre el tocón y la base de la copa;
las ramas inferiores:	Ramas insertadas en el fuste;
la copa :	parte del tallo sobre la base de la copa + ramas insertadas sobre la base de la copa.



123 Secciones de calidad

Pueden mencionarse, por ejemplo, secciones de aserrío, de corte, etc. Estas nociones son evidentemente bastante delicadas de apreciar porque envuelven conceptos de forma y de tamaño y están muy conectados a las prácticas comerciales y tecnológicas del momento.

13 ALGUNOS EJEMPLOS DE VOLUMEN BRUTO

Lo dicho anteriormente muestra que para un árbol dado pueden definirse un número casi infinito de volúmenes. En la siguiente página se dan algunos ejemplos, en orden de complejidad de sus mediciones. Los tres primeros son los más usados.

14 RELATIVO A LOS VOLUMENES UTILES

Los volúmenes citados anteriormente son volúmenes brutos. La manera de estimar los volúmenes útiles correspondientes requeriría explicaciones detalladas que no pueden ser incluídas en este manual. El problema es indudablemente difícil y está lejos de haber sido resuelto.
Las dificultades son de varios tipos:

- El uso actual y futuro de la madera tiene que ser conocido (chapas, tablas, postes, madera para pulpa, para combustible, astillas,...).

- para cada uso, debe conocerse en detalle la cadena de transformaciones

Objeto físico	Sección inferior (en extremo mayor)	Sección superior (en extremo menor)	Nombre del volumen
Fuste	Tocón	Base de la copa	Volumen del fuste
Tallo	Tocón	Sección transversal D = 7 cm	Volumen madera rolliza del tallo
Tallo	Tocón	Extremidad física	Volumen total del tallo
Tallo + ramas inferiores	Para el tallo: tocón	Sección D = 7 cm para el tallo y cada rama inferior	Volumen madera rolliza del tallo y ramas inferiores
Tallo + ramas	Tocón	Extremidad física del tallo y de cada rama	Volumen total sobre el suelo
Tallo + ramas	Tocón	Sección D = 7 cm para el tallo y cada rama	Volumen madera rolliza sobre el suelo
Ramas	Para cada rama: inserción en el tallo o en otra rama	Extremidad física de cada rama	Volumen total de las ramas
Ramas	Idem	Sección D = 7 cm para cada rama	Volumen madera rolliza de las ramas
Copa	Para el tallo sección D = 7 cm. Para cada rama: inserción en el tallo	Extremidad física del tallo y de cada rama	Volumen total de la copa (sección inferior D = 7 cm para el tallo)
Tallo + ramas	Nivel del suelo	Extremidad física del tallo y de cada rama	Biomasa lígnea total sobre el suelo
Arbol	Extremidad física del tallo,ramas y raíces		Biomasa lígnea total del árbol

Observación: Especificar siempre si el volumen es con o sin corteza e indicar como se calculó.

a las cuales se someterá la madera (tumba o apeo, arrastre y sistemas de transporte, proceso industrial,....)

- las diferentes limitaciones impuestas por estas transformaciones tienen que ser expresadas en forma de magnitudes medibles (longitud, diámetro, cilindricidad, excentricidad del corazón, curvatura del tallo, defectos admisibles,...).

El procedimiento a seguir para convertir volúmenes brutos en útiles está por lo tanto muy subordinado a las condiciones locales y a los recursos disponibles. A continuación se exponen algunas ideas al respecto y se remite al lector a manuales especializados.

- La obtención de datos durante los inventarios (observaciones en árboles en pie y apeados) solamente proveerán volúmenes aceptables para fines específicos. Es esencial efectuar encuestas entre compañías madereras e industrias procesadoras para determinar coeficientes de transformación de volúmenes brutos a útiles. En el parágrafo 41 se da un ejemplo sobre este punto.

- Aunque la estimación de un volumen haya sido efectuada con un propósito muy bien definido, los datos deben ser obtenidos de modo que sea posible estimar otros tipos de volumen, ya que el destino final de la madera y/o los requerimientos del mercado pueden cambiar en el futuro.

- Debe darse prioridad a la estimación del volumen bruto y considerar la estimación de volúmenes utilizables como una tarea especializada.

2 MEDICION DIRECTA DEL VOLUMEN DE UN ARBOL

De acuerdo al tipo de volumen requerido, las mediciones serán más o menos numerosas. Como las diferentes partes de un árbol (tallo,ramas) nunca son sólidos de una forma geométrica perfectamente conocida, tal como cilindros, conos, etc,... el principio es medir en cada una de ellas el diámetro a diferentes alturas y calcular el volumen con estas mediciones. El volumen será más exacto a medida que el número de diámetros medidos sea mayor. Es obvio que estas mediciones son más fáciles de efectuar y más precisas en árboles apeados o tumbados que en árboles en pie, lo cual explica la división de este parágrafo en:

21 Mediciones en árboles en pie

22 Mediciones en árboles apeados

23 Cálculo del volumen basado en esas mediciones.

21 MEDICIONES EN ARBOLES EN PIE

211 Mediciones del grosor (diámetro o circunferencia)

El grosor de un árbol se describe tradicionalmente por los siguientes valores: diámetro de referencia, circunferencia de referencia, área basal. Se mide el diámetro o la circunferencia y el área basal se deduce de la fórmula correspondiente al círculo:

$$\text{Area basal} = \frac{\pi}{4}\,(\text{diámetro de referencia})^2$$

$$= \frac{1}{4\pi}\,(\text{circunferencia de referencia})^2$$

El área basal es un valor convencional que da una aproximación del área de la sección de referencia. El conocimiento del valor exacto del área de esta sección es prácticamente imposible en árboles en pie y requiere el uso de un planímetro en árboles apeados o tumbados.

211.1 Definición del diámetro y de la circunferencia de referencia

Entre todos los diámetros y circunferencias que pueden medirse, el diámetro de referencia y la circunferencia de referencia juegan un papel esencial. En árboles en pie, este diámetro (o esta circunferencia) se mide:

- a 1.30 m del suelo (4' 3") para árboles sin aletones o con aletones o raíces aéreas de menos de 1 m de altura. Al diámetro de referencia se le denomina tradicionalmente diámetro a la altura del pecho. Es recomendable evitar esta expresión ambigua y tener en cuenta que la altura de la medición no depende de la altura del operador.

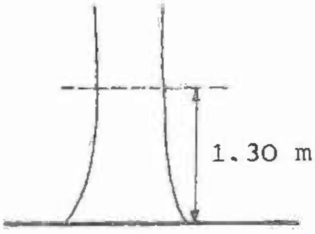
- a 30 cm sobre el final de los aletones o de las raíces aéreas, si son mayores de 1 m. Cuando la altura del suelo no es igual a 1.3 m debe indicarse.

En las páginas siguientes se ilustran algunos casos que ocurren en la práctica para la definición del diámetro de referencia.

DIAMETRO DE REFERENCIA

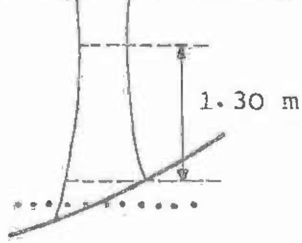
Terreno plano

Arboles verticales sin aletones o con aletones menores de 1 m o con raíces aéreas menores de 1 m



Terreno inclinado

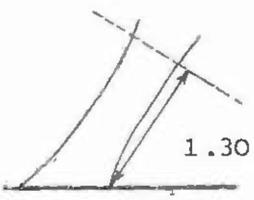
Arbol vertical
Como norma, la base del árbol es el nivel marcado ...
Por razones prácticas la medición se toma a 1.3 m por el lado superior de la pendiente



Arboles inclinados

La distancia 1.3 debe medirse paralela al árbol, no vertical. La sección de medición debe ser perpendicular al eje del árbol, no horizontal

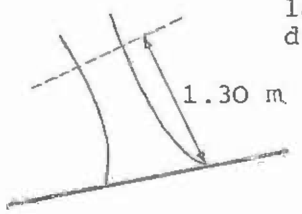
Terreno plano



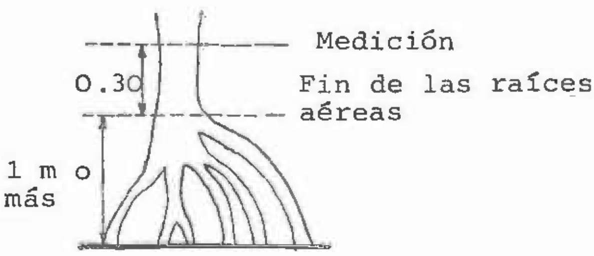
1.3 m medido en el lado hacia donde se inclina el árbol

Terreno inclinado

1.3 m medido por la parte superior de la pendiente

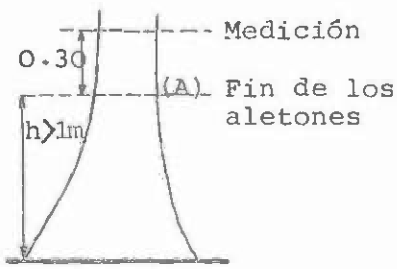


Arboles con raíces aéreas mayores de 1 m



Arboles con aletones mayores de 1 m

Para una buena estimación del nivel (A), observar el árbol desde lejos



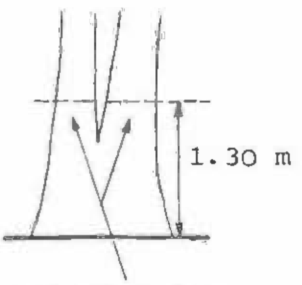
En general, h es menor de 6 m

DIAMETRO DE REFERENCIA (continuación...)

Arboles bifurcados

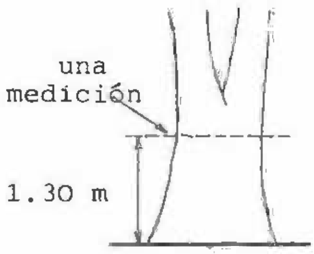
Inicio de la bifurcación

Debajo de 1.3 m



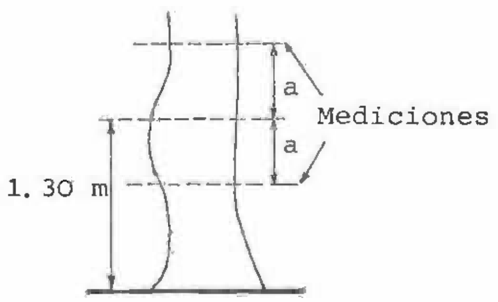
Dos mediciones
Se considera como
dos árboles

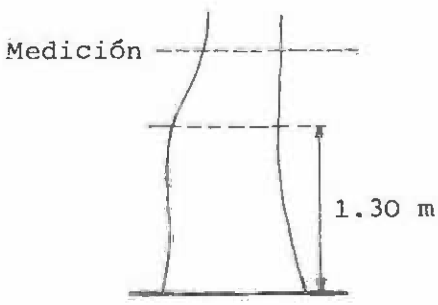
Arriba de 1.3 m



Anomalías a 1.3 m (nudos, abultamientos, deformaciones...)

Las mediciones tienen que hacerse fuera de la parte deformada.
Si es posible, hacer 2 mediciones a igual distancia del nivel 1.3 m y tomar el promedio.
A veces sólo será posible hacer una medición





Observaciones:

- Si el diámetro tiene que ser medido nuevamente en el futuro para determinar el incremento, el nivel de la medición debe materializarse (marca de pintura,...). Una marca puede inducir una reacción del árbol, por lo cual es aconsejable colocar la marca a una distancia fija (por ejemplo 10 cm) del nivel de la medición y anotar la altura de la marca para el caso de que desapareciese.

- En trabajos de inventarios o de mediciones de parcelas de muestreo permanentes, los diámetros de referencia generalmente se mide sólo en los árboles que han alcanzado un tamaño mínimo. En la mayoría de los casos se mide el diámetro de referencia si es mayor de 5 cm (en los árboles más delgados se mide la altura), pero en estudios orientados hacia la regeneración, la medición del diámetro es de interés y requiere instrumentos especiales (mini forcípulas).

211.2 Práctica de la medición del diámetro en árboles en pie

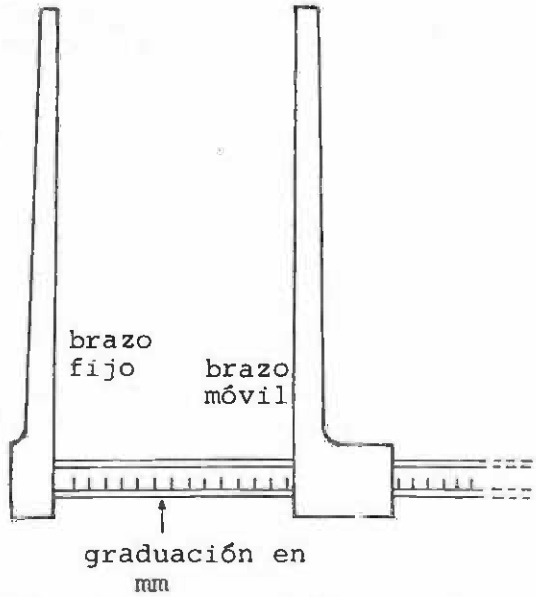
El esquema siguiente indica la disposión de este parágrafo.

La altura de la medición es manualmente accesible (eventualmente trepando o con vara)

- si
  - Forcípulas comunes. Forcípulas finlandesas.
  - Cintas.
  - Para mediciones de grandes diámetros: la plancheta.
- no
  - Instrumentos comerciales para mediciones ópticas. 2 ejemplos: El pentaprisma de Wheeler y el relascopio de Bitterlich.

211.21 Medición del diámetro con forcípula.

211.211 La forcípula común.



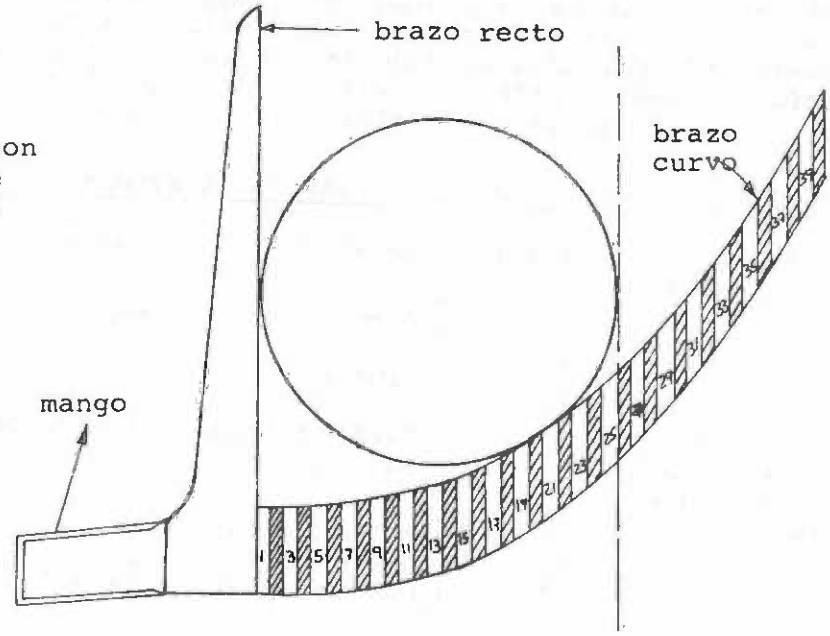
- Preferir una forcípula metálica a una de madera (estabilidad climática, fácil de limpiar).
- Sostenerla horizontalmente.
- No presionar los brazos en exceso contra el árbol (cortezas suaves).
- Verificar frecuentemente el paralelismo de los brazos.
- Tomar al menos una medición, sin escoger la dirección. Para mayor precisión hacer una segunda medición perpendicular a la primera y tomar el promedio aritmético.
- Efectuar las mediciones con la precisión máxima permitida por la gra-

duación (en general al cm más cercano, si posible al mm).

El instrumento dibujado muestra el tipo más simple. Se le pueden hacer varias mejoras: graduaciones adicionales (circunferencia, área basal), ajuste de la posición final del brazo movible con un tornillo, movimiento del brazo sobre cojinetes, adición de un sistema automático de registro de las mediciones en cinta de papel perforada o en mini cassette,....

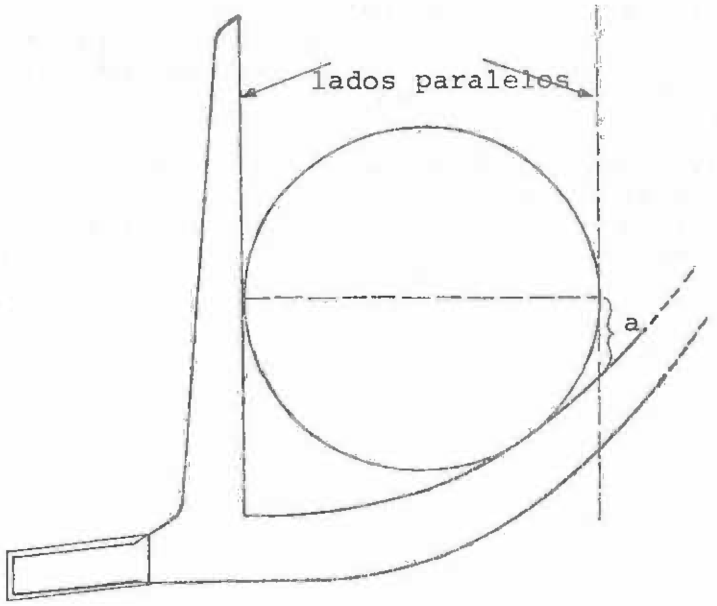
211.212 La forcípula finlandesa.

Las graduaciones son paralelas al borde interior del brazo recto.



Se agarra el mango con la mano izquierda (el brazo izquierdo del operador debe estar completamente extendido) y se aplica la forcípula contra el árbol, ortogonal al eje del tallo. El diámetro se obtiene por una visual paralela a las marcas de la graduación.
Ventajas sobre la forcípula común:

- no tiene partes movibles,
- cuando se fija en una vara o pértiga telescópica, la forcípula permite mediciones de diámetros hasta aproximadamente 8 m del suelo, e inclusive hasta 12 m si se utilizan binoculares para la lectura,
- el instrumento puede construirse fácilmente con madera contrachapada (7 capas, 9 mm espesor); graduar las dos caras para ser usado indistintamente con cualquier mano; barnizar el instrumento.



La forma curva del brazo graduado es tal, que la distancia a no depende del tamaño del árbol, lo cual garantiza el mismo grado de precisión para árboles de diferentes tamaños.
(a = 5.5 cm para el instrumento de la página anterior).

211.22 Medición de la circunferencia con cinta.

El uso de una cinta es indispensable para los árboles gruesos ya que la forcípula es poco práctica. También para árboles delgados es preferible la cinta a la forcípula:

- La cinta estima una dimensión llamada circunferencia (de hecho es el perímetro del polígono convexo que contiene a la sección), cuya definición no es ambigua, en contraposición a la infinidad de diámetros existentes. El cociente de la longitud medida entre π se toma como el diámetro (ciertas cintas traen una graduación diámetrica). Una propiedad matemática añade una justificación suplementaria a esta práctica: la medida de la circunferencia dividida entre π es igual al promedio de los infinitos diámetros que pueden ser medidos con una forcípula.

- Las mediciones con una cinta son más confiables que las mediciones con una forcípula: la cinta, suponiendo que no es extensible, es más firme y el riesgo de compresión de la corteza es menor que con la forcípula. Es esencialmente por esta razón que se dice que el diámetro medido con una cinta es sistemáticamente mayor que el diámetro medido con forcípula y para corregir este sesgo las normas francesas por ejemplo, definen la circunferencia a 1.50 m como la de referencia para el grosor del árbol. Esta definición no es recomendable, en orden de unificar criterios y también porque estudios detallados de tipo práctico y teórico han demostrado que la diferencia entre $D_{1.30m}$ y $\frac{1}{\pi} C_{1.30m}$ es en términos generales pequeña y no tiene un carácter realmente sistemático.

- Lo más importante es sostener la cinta en un plano perpendicular al eje de tallo, después de haber removido las lianas, musgo,.... (pero debe tener se cuidado de no remover inadvertidamente la corteza). Son preferibles las cintas que tienen un gancho en un extremo para fijarlo en la corteza, pues permiten a una sóla persona la medición de árboles grandes.Las cintas de tela se estiran y deterioran. Las de metal son mejores, pero se ensortijan. Con algunos materiales recientes, como la fibra de vidrio, estas desventajas desaparecen.

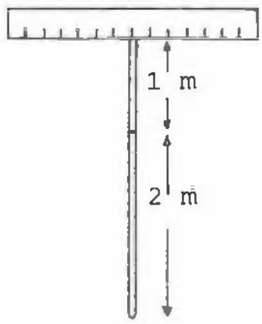
- Las mediciones deben efectuarse con la máxima precisión permitida por la graduación; en términos generales al cm más cercano (82.4 → 82; 82.6 → 83), y si es posible al mm. Sin embargo, para mediciones rápidas bajo condiciones difíciles y con mano de obra poco diestra, la unidad de medida completa (82.4 → 82; 82.6 → 82), a pesar del sesgo, puede ser más precisa a causa de la disminución del riesgo de cometer equivocaciones.

211.23 Método de la plancheta para la medición de diámetros a poca altura (5 a 6 m como máximo).

211.231 Construcción de la plancheta.

a) Se toma una tabla de 150 cm x 10 cm x 1 cm y se pinta de blanco.

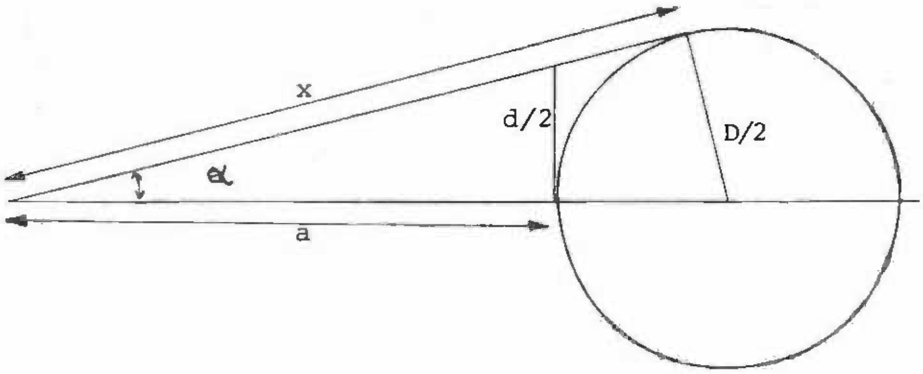
b) En el medio de la tabla se fija una varilla de 1 m, a la cual se le puede ajustar un mango movible de 2 m de largo.



c) Se marcan con pintura negra los límites y los números de las clases como se indica a continuación:

Clases	Límites inferiores de las clases: Límites exactos D (cm)	Límites a pintar en la plancheta d (cm)
2	15	14.9
3	25	24.7
4	35	34.4
5	45	44.0
6	55	53.6
7	65	63.0
8	75	72.4
9	85	81.7
10	95	90.9
11	105	99.9
12	115	108.9
13	125	117.9
14	135	126.7
15	145	135.5

Justificación : para evitar errores de paralaje, se corrigen los límites de clase sobre la plancheta.



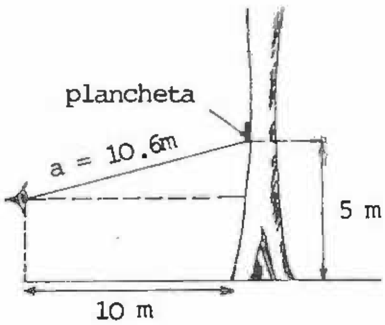
Puede probarse fácilmente que:

$$d = \frac{D}{\sqrt{1 + \frac{D}{a}}}$$

a = Distancia del ojo del observador al centro de la plancheta.

El método de operación siguiente supone que el observador está a una distancia horizontal de 10 m del árbol. Si la plancheta está a la altura de su ojo a = 10 m. Si no está, la altura máxima a la cual puede ser colocada la plancheta es de aproximadamente 5 m, y admitiendo que el terreno sea plano y que el ojo del observador está a 1.50 m del suelo, la distancia será de:

$$\sqrt{10^2 + (5 - 1.5)^2} = 10.6 \text{ m}$$

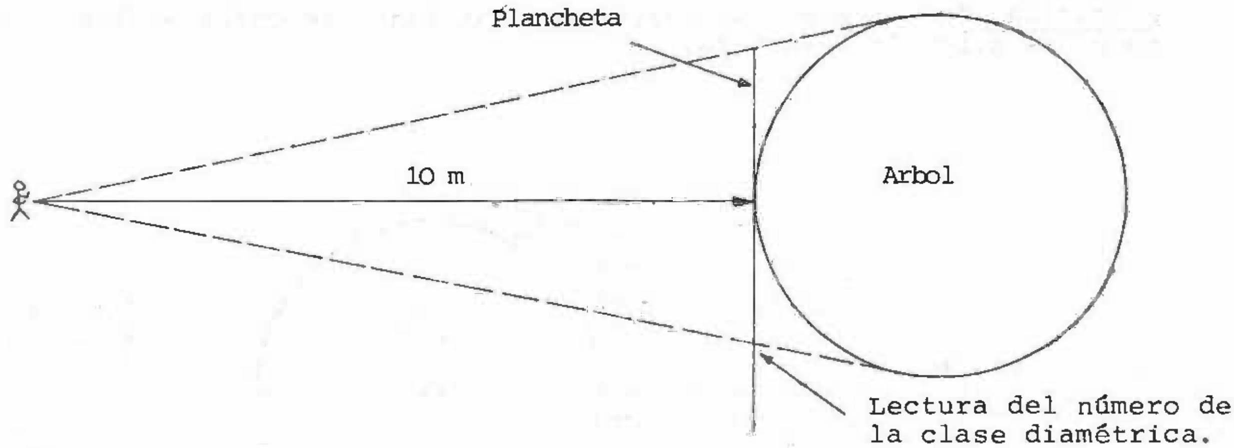


Se puede estimar que el valor promedio de a es de 10.3 m. Los diámetros corregidos d que se marcan en la plancheta han sido calculados con este valor.

211.232 Modo de operación.

- El observador se coloca a una distancia horizontal de 10 m de la cara del árbol.

- Un ayudante coloca la plancheta contra el árbol a la altura de la medición. Es importante que la plancheta se coloque perpendicular a la visual. El extremo izquierdo de la plancheta debe estar alineado con



el borde izquierdo del tallo en relación al observador.

- Se lee el número de la clase diamétrica en la parte derecha de la plancheta.

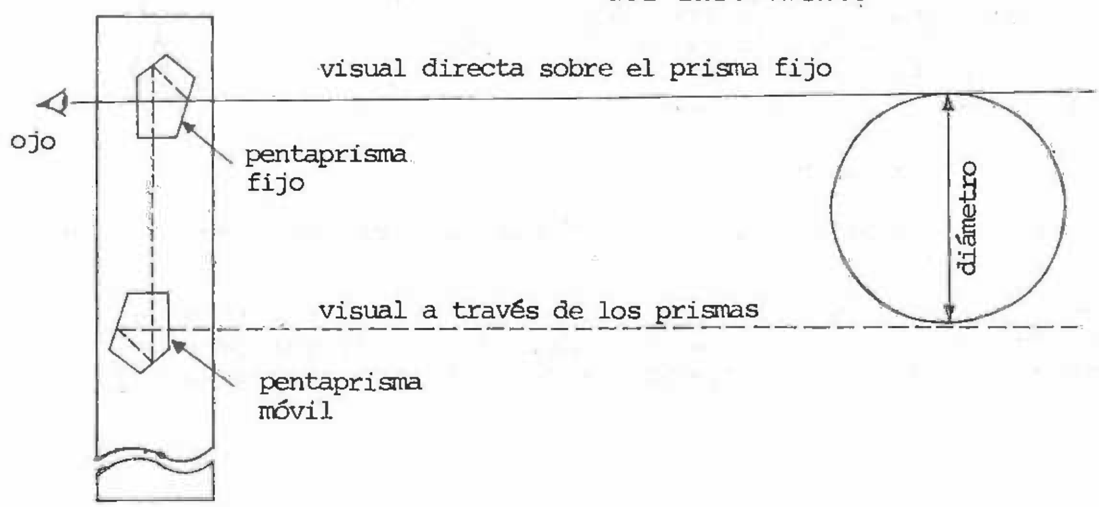
211.24 El pentaprisma de Wheeler.

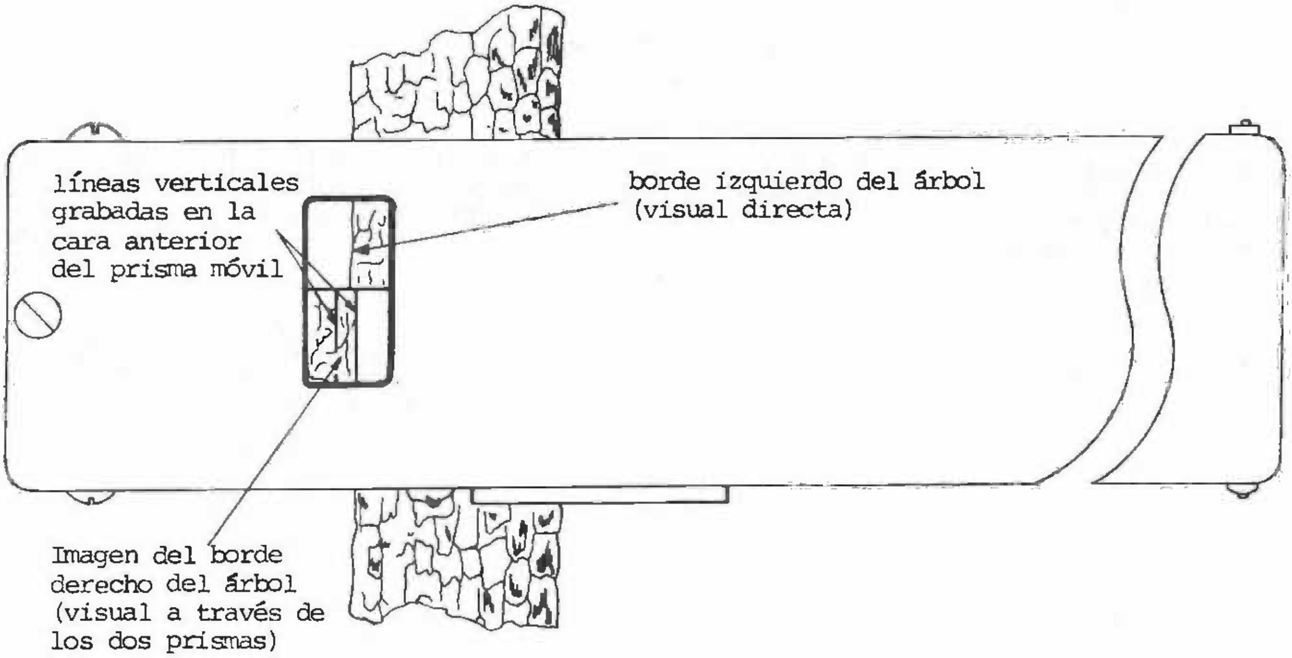
Este instrumento óptico tiene dos ventajas:

- El observador puede colocarse a cualquier distancia del árbol, la cual no necesita ser conocida
- Permite mediciones de diámetros a cualquier altura.

Pero requiere de buena visibilidad: es necesario un fuerte contraste entre el árbol y el plano de fondo.

Diagrama que muestra el camino de las visuales a través del instrumento





Sostener el aparato de 8 a 10 cm enfrente del ojo con la escala graduada hacia arriba. Mirar por la ventanilla. La mayoría de los operadores mantienen abiertos los dos ojos.
A través de la parte superior de la ventanilla, se ve directamente la corteza del borde izquierdo del árbol. En la parte inferior, aparece reflejada a través de dos prismas, el borde derecho. Deslizar el prisma móvil con la mano derecha hasta que la reflexión del borde derecho se alinie verticalmente con el borde izquierdo, en la mitad de las dos señales verticales. Leer el diámetro en la escala.

El instrumento viene en 3 tamaños:

44 cm → diámetro máximo 36 cm

69 cm → diámetro máximo 62 cm

95 cm → diámetro máximo 86 cm.

Para verificar la precisión del aparato, se mide un objeto de una anchura conocida y se ajusta la posición del indicador hasta obtener el valor correcto. Debe verificarse también que las medidas no dependan de las distancias (algunos aparatos son defectuosos).

211.25 Mediciones de diámetros con el relascopio de Bitterlich.

El <u>relascopio de Bitterlich</u> es un instrumento universalmente usado por forestales, que permite efectuar las mediciones principales siguientes:

a) Diámetro del árbol a cualquier altura

b) Altura del árbol

c) Area basal del rodal

d) Ciertas distancias horizontales

e) Pendiente de un terreno.

Su descripción, los principios de su funcionamiento y su manejo para las mediciones c) d) e), no se dan aquí; lo que sigue, son las instrucciones de uso del instrumento (modelo de banda ancha, más apropiado para las mediciones de árboles gruesos que el modelo de banda estrecha) para la medición de diámetros a diferentes alturas del fuste.

<u>Mediciones de diámetros con el relascopio de Bitterlich, banda ancha, para el cálculo del volumen del fuste</u>

1/ Colocarse a una distancia horizontal D del centro del árbol igual, al menos, a los 2/3 de su altura (D puede ser igual a 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 metros).

2/ El fuste debe verse completamente. Limpiar la vegetación si es necesario.

3/ Medir la altura h_c de los aletones, el diámetro de referencia (con cinta o plancheta) y el espesor de la corteza.

4/ Designando como H la primera altura entera (leída en la banda correspondiente, para la distancia D) situada sobre el fin de los aletones, medir:

- el diámetro al final de los aletones
- la altura h entre H y el fin de los aletones
- el diámetro a las alturas H, H + 1, H + 3, H + 5, etc..., de 2 en 2 m. No efectuar mediciones del diámetro si a esos niveles el árbol presenta anomalías.

5/ Estimar la altura L entre la última medición y la sección transversal superior (base de la copa) ($L < 2$ m).

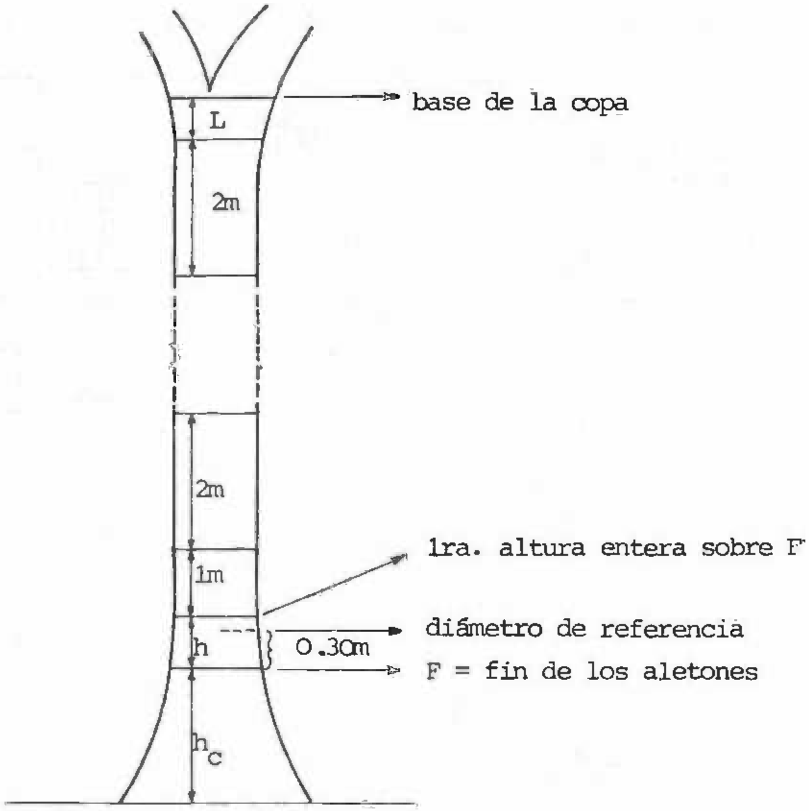
6/ Medir el diámetro en la sección transversal superior.

7/ Indicar las partes del fuste que no podrán usarse (defectos, inserción de ramas gruesas,...).

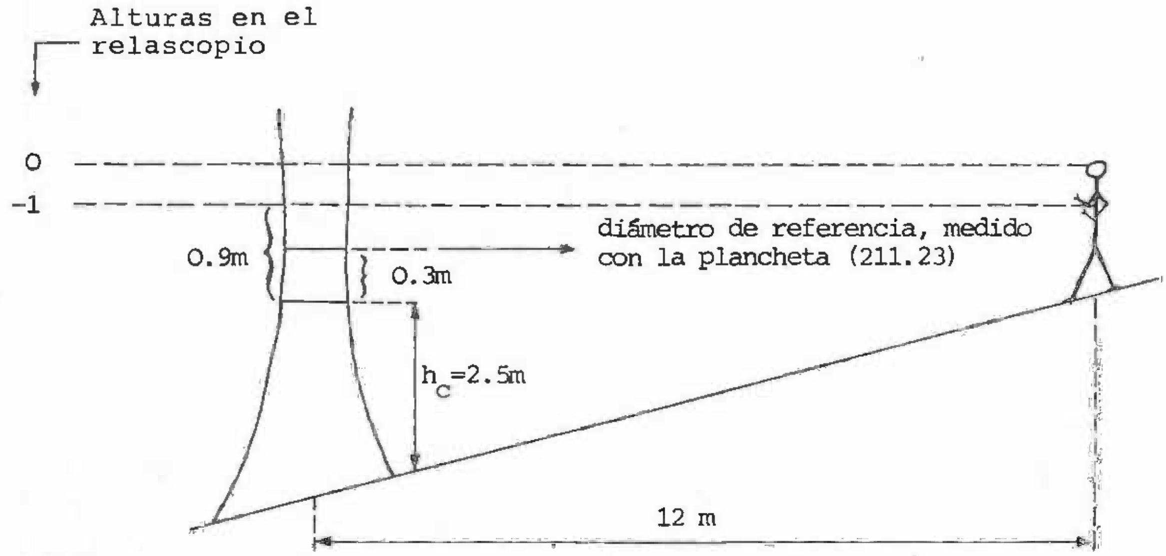
8/ Hacer las observaciones cualitativas (ver parágrafo 41).

Las medidas se anotan en un formato diseñado para calcular el volumen con un calculador programable: no tiene espacios para el volumen de cada troza. Debe modificarse en consecuencia, si los cálculos van a ser manuales. Para transformar las unidades del relascopio en valores reales se utiliza la relación:

una banda en cm = 2 x D en metros (ej. D = 10 m, banda = 20 cm)



Observación:
Si las mediciones se obtienen por el método de trepar al árbol, se usa un formato similar. En las dos primeras columnas de las unidades del relascopio se anotan los diámetros sobre y bajo corteza.
Ejemplo: El formato de la página siguiente es para un árbol que ha sido medido en las condiciones siguientes:



Formato para la estimación del volumen del fuste de un árbol en pie con el relascopio de Bitterlich

Especie: ANGONGUI — Código: 0 0 7

Ubicación: Bloque-transecta | Parcela: 0 3 0 8 0 4 2

Medida por:

Fecha: 17-10-79

Distancia horizontal: 1 2 m

Observaciones qualitativas

F	S	M	
2	4	1	4
1	1	1	1
1	1	1	1

Corteza

Altura sobre el terreno: 1 0 m

Espesor radial de la corteza: 1 2 mm

Marca partes desechables

rama partida

Alturas relativas	Unidades relascopio (U R) banda	Unidades relascopio (U R) 1/4 banda
	2	3 0
16	2	3 5
14	2	3 5
12		
10	3	1 0
8	3	1 5
6	3	1 5
4		2 0
2	3	2 5
0	3	3 5
H= -1	4	0 5
	4	1 0

1 m

2 m

1m

1ª altura entera sobre F

h 0 9 m

F = fin de aletones

h_c 2 5 m

Alturas relativas	Unidades relascopio (U R) banda	Unidades relascopio (U R) 1/4 banda

	U R banda	U R 1/4 banda	
diámetro ó circunferencia de referencia	4	1 0	1 0 2 cm
			cm
Altura fuste			1 8 9 m
volumen con corteza			9 7 4 2 m^3
volumen sin corteza			9 1 7 7 m^3
Parte Util — altura			1 7 1 m
Parte Util — V con corteza			8 9 7 6 m^3
Parte Util — V sin corteza			8 4 6 0 m^3

Para los cálculos del volumen se utilizó la fórmula de Smalian (ver parágrafo 231) en cada troza limitada por dos mediciones. Para el tocón (0.9 m de altura) se usó la fórmula del cilindro. Para la troza con la rama rota, la longitud de la parte defectuosa se estimó en 1.8 m → longitud útil = 2.2 m. El espesor de la corteza se asumió constante en todo el fuste.

212 Mediciones de altura

212.1 Definiciones

La altura total de un árbol es la longitud de la línea recta que une el pie del árbol (nivel del suelo) con la extremidad de la yema terminal del tallo. Para árboles ramificados, existe una altura total si la ramificación ocurre sobre 1.3 m y tantas alturas totales como ramificaciones, si ésta aparece antes de 1.3 m.
De manera similar que para los volúmenes, se definen las alturas de ciertas secciones: la altura de madera maciza ("big wood") por ejemplo, será la longitud de la línea que conecta el pie del árbol con la sección del tallo de 7 cm de diámetro.

Observaciones: . Para árboles de muy mala forma o para arbustos con tallos múltiples como se encuentran en las sabanas, el término diámetro tiene poco sentido práctico; la altura total es entonces la característica esencial.

. La altura total tiene poco sentido concreto para árboles con la copa muerta o dañada. Evitar la utilización de tales árboles para construir una tabla de volumen.

212.2 Medición de alturas en árboles en pie

Las mediciones de altura son más laboriosas y delicadas que la mediciones de diámetro. A veces son imposibles de medir (falta de visibilidad).
Una altura se mide:

- usando un sistema de varas o pértigas telescópicas graduadas que se colocan contra el árbol. Esto es posible solamente para alturas pequeñas (del orden de los 10 m),

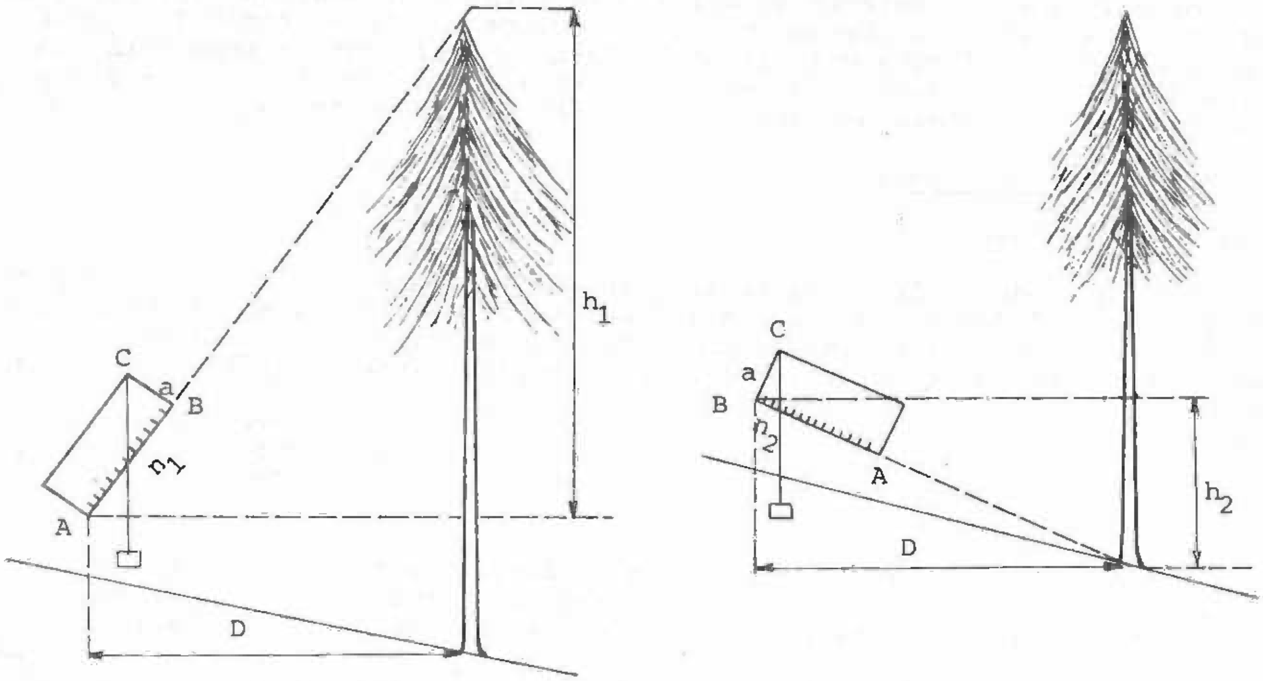
- o, más frecuentemente, por procedimientos ópticos, usando un dendrómetro.

212.21 Algunos dendrómetros.

Existen una gran variedad de dendrómetros. A continuación se describen los principios de dos instrumentos fáciles de construir y se citan algunos ejemplos de instrumentos comerciales.

212.211 Principios de dos instrumentos de fácil construcción.

- La "plancheta dendrométrica" es una plancheta con una plomada fijada a una esquina:



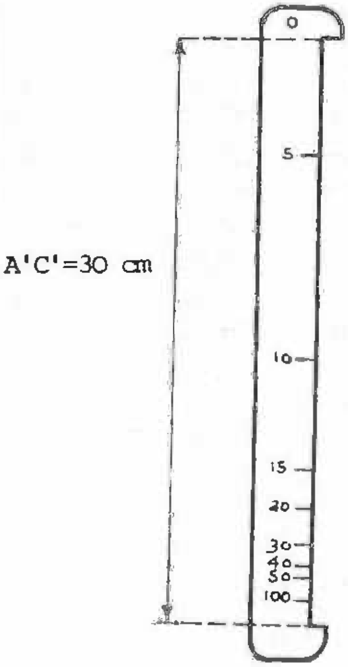
AB está graduado en centímetros por las dos caras empezando la graduación en B.

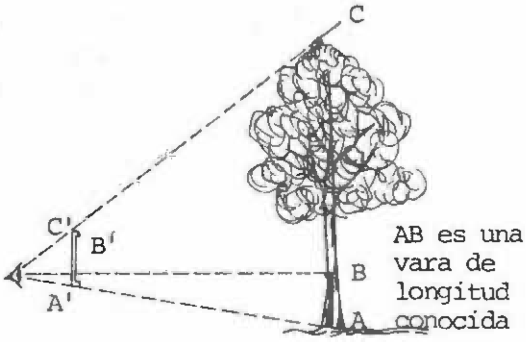
$$H_{tot} = h_1 + h_2 \qquad \text{con:} \qquad h_1 = D\,\frac{n_1}{a} \quad \text{y} \quad h_2 = D\,\frac{n_2}{a}$$

Si $D = 10$ m y $a = 10$ cm, H_{tot} en metros es la suma de $n_1 + n_2$ en centímetros.

Es difícil leer los resultados con una precisión superior al medio centímetro; el error en la suma de las dos mediciones es por lo tanto de 1 cm máximo; el error en la altura es del orden de 1 metro si D = 10 metros, del orden de 2 metros si D = 20 metros, etc... No es recomendable usar este instrumento a más de 10 metros del árbol; la altura máxima que se puede medir es por lo tanto de alrededor de 10 metros.
Este instrumento requiere la medición de la distancia del punto de observación al árbol. A continuación se describe un aparato que evita esta medición:

- El hipsómetro de CHRISTEN





El observador se coloca a una distancia tal que la altura a ser medida se vea entre A' y C'. El instrumento se sostiene de modo que pueda alcanzar una posición de equilibrio vertical y después se inmoviliza; la altura se lee en la graduación correspondiente a B'.

Mientras mayor sea A'C', menor será la distancia al árbol, pero se hace más difícil controlar simultáneamente las tres alineaciones C'C, B'B y A'A. En general, se escoge una longitud para el aparato A'C' = 30 cm, que permite colocarse a una distancia del árbol aproximadamente igual a la altura a medir.

La escala se gradúa de acuerdo a la fórmula $A'B' = \frac{AB}{AC} A'C'$

A continuación se dan algunos valores de la escala A'B' en función de la longitud de la vara AB y de la altura del árbol AC para un instrumento de longitud A'C' = 30 cm.

El cuadro de la página siguiente muestra que la precisión de la medición decrece a medida que se incrementa la altura y se disminuye la longitud de la vara AB.
En práctica, este aparato se usa solamente para alturas inferiores a 20 metros, lo cual es frecuentemente suficiente para mediciones de altura de fuste en bosques tropicales, porque más allá de esta altura es difícil que el

AB → / AC ↓	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m
5 m	180 mm	240 mm	300 mm		
6 m	150 mm	200 mm	250 mm	300 mm	
10 m	90 mm	120 mm	150 mm	180 mm	210 mm
11 m	82 mm	109 mm	136 mm	164 mm	191 mm
15 m	60 mm	80 mm	100 mm	120 mm	140 mm
16 m	56 mm	75 mm	94 mm	113 mm	131 mm
20 m	45 mm	60 mm	75 mm	90 mm	105 mm
21 m	43 mm	57 mm	71 mm	86 mm	100 mm
30 m	30 mm	40 mm	50 mm	60 mm	70 mm
31 m	29 mm	39 mm	48 mm	58 mm	68 mm
40 m	23 mm	30 mm	38 mm	45 mm	53 mm
41 m	22 mm	29 mm	37 mm	44 mm	51 mm

árbol sea visible en su totalidad, pues la distancia del observador al árbol es demasiado grande como puede mostrarse en el cálculo siguiente: una precisión superior a x = 3 mm en la lectura de B' es difícil de conseguir. Supóngase que esta incertidumbre x, induce una incertidumbre y, inferior a un metro en el resultado AC.

la siguiente relación entre x e y:

$$AC = \sqrt{AB.A'C'.\frac{y}{x}}$$

muestra que si A'C' = 30 cm, x = 3 mm, la condición y $\leq$ 1 m se satisface si:

AC $\leq$ 20 m, para una vara AB de 4 metros

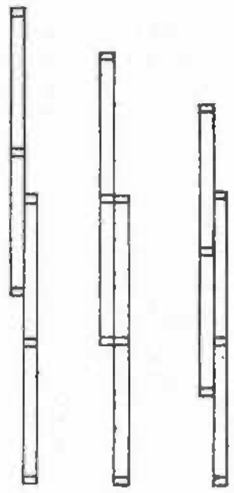
AC $\leq$ 22.4 m, para una vara AB de 5 metros

AC $\leq$ 24.5 m, para una vara AB de 6 metros.

212.212 Cinco dendrómetros comerciales.

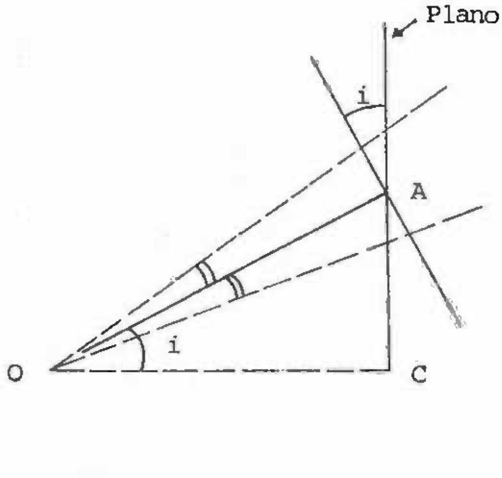
Estos aparatos son evidentemente más precisos.

- El dendrómetro BLUME-LEISS está compuesto de un clisímetro de péndulo, que puede bloquearse en el momento de hacer una visual, y de cuatro escalas graduadas en alturas y una quinta en ángulos. Las escalas de alturas corresponden a distancias del árbol a medir, de 15, 20, 30 y 40 m. Estas distancias pueden ser medidas con la ayuda de un telémetro óptico que da dos imágenes desplazadas de una pequeña mira plegable sujeta al árbol; en esta mira hay 3 líneas equidistantes 45 cm en una cara y 60 cm en la otra, lo cual corresponde, cuando las imágenes de dos líneas coinciden, a distancias de 15, 20, 30, ó 40 metros.



Se toma una visual y cuando el péndulo ha alcanzado su posición de equilibrio se inmoviliza por un botón. La altura se obtiene directamente en la escala que corresponde a la distancia.
En terrenos montañosos, donde la visual sobre la mira es inclinada, se mide la inclinación en la escala graduada en ángulos y se hacen las correcciones a la altura leída con ayuda de una tabla gravada en el instrumento. Si la mira se divisa bajo un ángulo i, la longitud interceptada en la mira se divide por cos i; por otra parte, la medición se toma en la dirección oblicua OA y no en la horizontal OC = OA cos i. La altura verdadera es por lo tanto igual a la altura medida multiplicada por $\cos^2 i$.

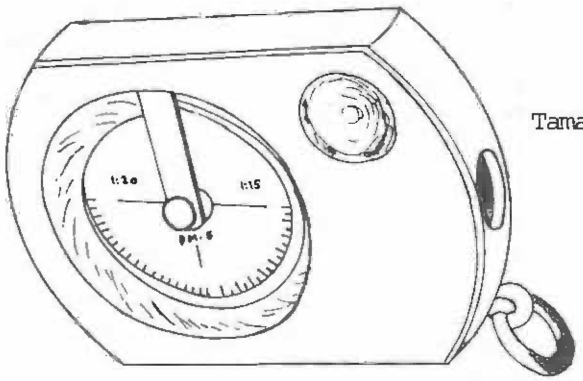
$$\text{altura verdadera} = \text{altura leída} \times \cos^2 i$$
$$= \text{altura leída} - \text{altura leída} \times \sin^2 i$$



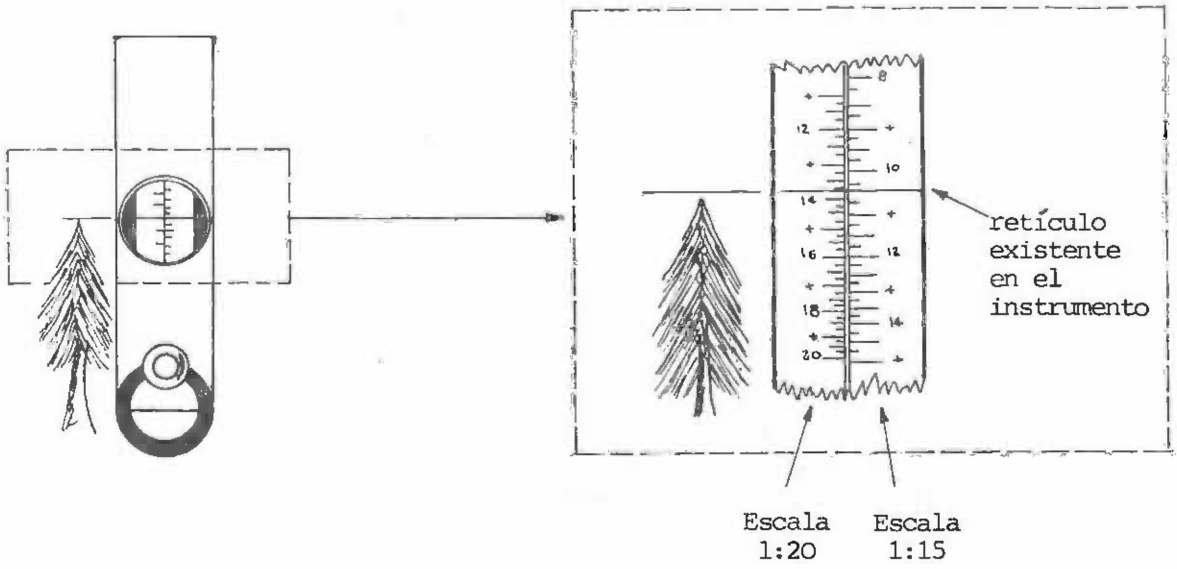
Una tabla grabada en el instrumento da los valores de $\sin^2 i$.

- El dendrómetro HAGA es prácticamente idéntico, pero ofrece la ventaja de que sólo es visible la escala correspondiente a la distancia escogida lo cual elimina riesgos de errores. Un punto delicado sobre estos dos aparatos: estar seguros que la acción del botón no inmoviliza el péndulo en una posición ligeramente diferente de la posición exacta.

- El dendrómetro SUUNTO



Para determinar la distancia de medición (15, 20, 30 ó 40 metros) el instrumento tiene un prisma de doble refracción y una mira separada hecha de material plástico (la misma que se usa con el dendrómetro Blume-Leiss). La mira se coloca verticalmente contra el árbol a nivel del ojo; se visualiza a través del prisma y el observador se desplaza hacia atrás o adelante hasta que las líneas coincidan.
Para medir la altura se coloca el instrumento delante del ojo y se mueve en un plano vertical hasta que la línea horizontal del retículo coincida con el punto visado.
Se mira simultáneamente, con ambos ojos abiertos, a través del aparato y fuera de él. La lectura obtenida es la altura sobre el nivel del ojo.



Ventaja sobre el dendrómetro Blume-Leiss: visual y lectura son simultáneas.

Inconveniente: visual es más difícil.

- Cualquier aparato que mida ángulos ("clisímetro" o "clinómetro") puede usarse; la altura sobre el plano horizontal será el producto de la distancia horizontal al árbol por la tangente del ángulo. Son preferibles los instrumentos en los cuales la lectura se hace en el momento de la visualización para evitar los inconvenientes antes mencionados, causados por el botón. Este es el caso del clinómetro SUUNTO y del relascopio de Bitterlich, instrumentos muy usados por los forestales. El primero contiene una graduación de las tangentes de los ángulos; el observador puede colocarse a cualquier distancia del árbol, pero es necesario efectuar el producto de la distancia por la tangente. El relascopio da automáticamente las alturas para distancia al árbol de 20, 25 ó 30 m (modelo de banda estrecha) o a una distancia igual a un número par de metros entre 4 y 20 (modelo de banda ancha).

- Todos estos instrumentos dan un máximo de precisión cuando la distancia al árbol es aproximadamente igual a la altura de éste. Esta precisión es, bajo condiciones de uso óptimo de cada instrumento, del orden de un pequeño porcentaje.

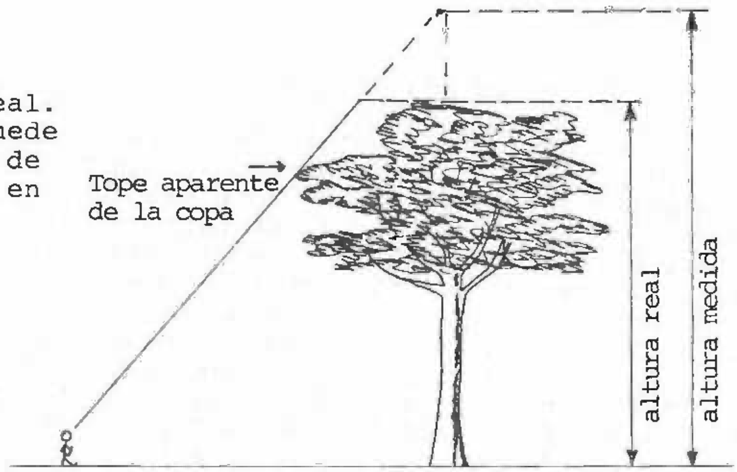
Recomendación: Calibrar cada instrumento tan pronto como se regrese del campo: no es raro constatar divergencias del orden 3% entre dos instrumentos de la misma marca.

212.22 Algunas consideraciones prácticas.

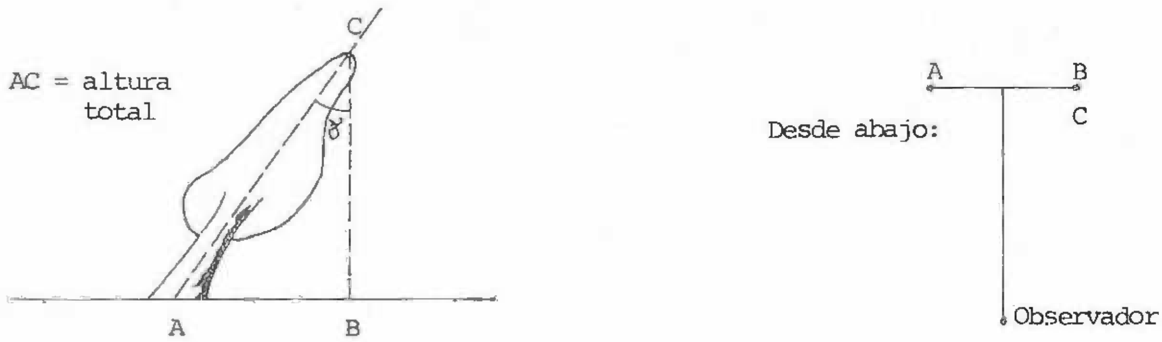
212.221 Aunque es ilusorio tratar de medir una altura total con una precisión superior al decímetro para árboles pequeños (unos pocos metros) o al metro para árboles grandes, es recomendable, a fin de perder lo menos posible de precisión, efectuar las mediciones con la máxima precisión permitida por el aparato utilizado, dígase a título tentativo:

- al cm más cercano para árboles menores de 2 metros,
- al dm más cercano para árboles de alturas entre 2 y 5 m,
- al medio metro más cercano para árboles con alturas entre 5 y 10 metros,
- al metro más cercano para árboles con alturas superiores a los 10 m.

212.222 Medir la altura total sólo si es visible el tope de la copa; si lo visible es un tope aparente, la altura medida sobreestima la real. Esta sobreestimación puede ser muy importante: es de aproximadamente el 20% en los casos encontrados.



212.223 Medición de altura en un árbol inclinado.



El observador no debe colocarse en el plano vertical definido por el árbol sino perpendicularmente a este plano, a igual distancia de A y B.
Si se utiliza el dendrómetro de CHRISTEN (o cualquier otro instrumento que no necesariamente mide distancias verticales), la vara de referencia se coloca a lo largo de AC y el observador toma la visual sobre AC, la cual da la altura exacta.
Con un dendrómetro que sólo mide distancias verticales (Blume-Leiss, relascopio de Bitterlich, dendrómetro SUUNTO,...) es necesario hacer una corrección teórica ya que la altura medida es BC y no AC:

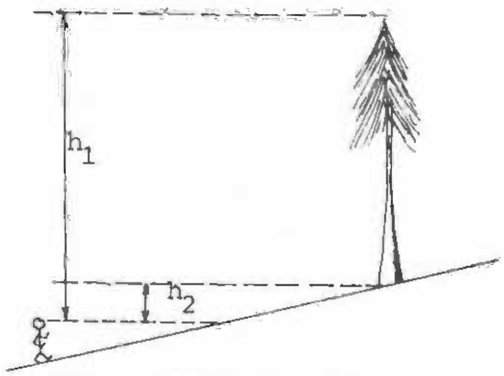
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{BC}{\cos\alpha}$$

pero esta corrección es generalmente pequeña:

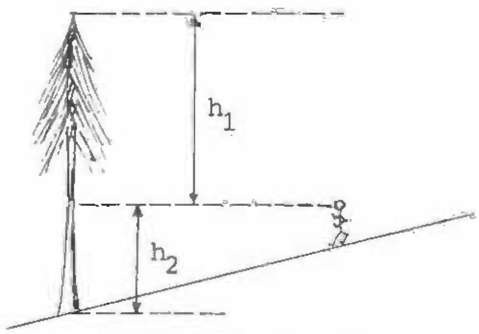
$$\text{Error relativo} = \frac{AC - BC}{AC} = 1 - \cos\alpha \begin{cases} = 1.5\% \text{ para } \alpha = 10° \\ = 3.4\% \text{ para } \alpha = 15° \end{cases}$$

212.224 Dendrómetros que miden alturas sobre el ojo del observador.

A la medición del tope de la copa es necesario sustraer o añadir la medición de la base, dependiendo si el ojo del observador está bajo o sobre el pie del árbol:



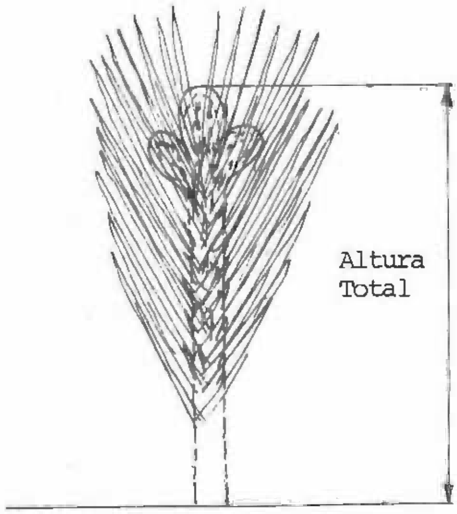
Altura total = $h_1 - h_2$



Altura total = $h_1 + h_2$

En terreno horizontal, no es necesario efectuar la medición al pie del árbol porque h_2 es conocida (distancia del ojo al suelo).

212.225 La definición de altura total implica la yema terminal del tallo; ésta no es necesariamente el punto más alto del árbol. La distinción tiene una consecuencia práctica (que puede ser importante) sólo para árboles pequeños cuyo tope puede alcanzar manualmente.



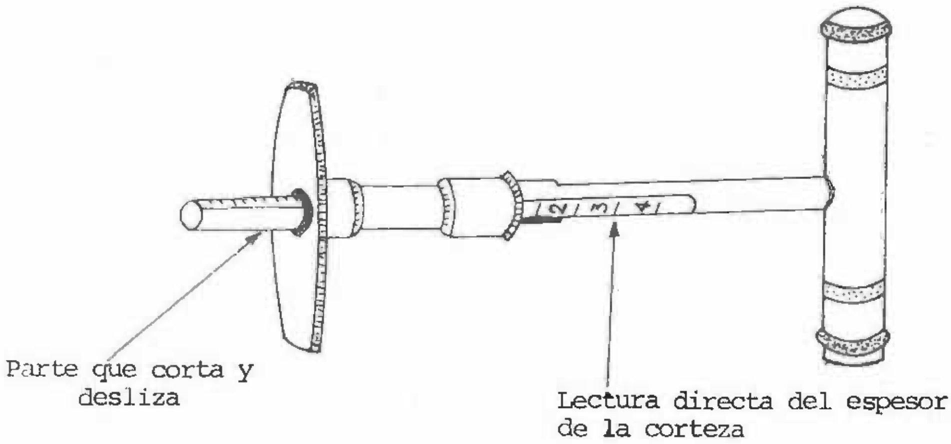
Ejemplo de un pino joven

213 Medición del espesor de la corteza

El conocimiento del volumen sin corteza es una necesidad cuando éste es el volumen utilizable que se desea conocer, pues la corteza en general no se uti

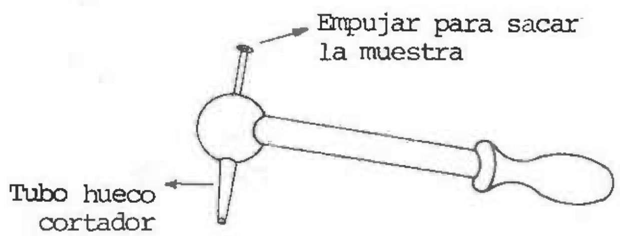
liza.
La proporción del volumen de la corteza al volumen sobre corteza varía desde porcentajes muy pequeños a aproximadamente el veinte por ciento, para la mayoría de las especies. Esta proporción es tanto más importante si el árbol es joven, si la altitud aumenta y de manera general si las condiciones de crecimiento son más difíciles.
Se han diseñado instrumentos especiales para medir el espesor de la corteza. Miden el espesor radial (máxima capacidad aproximadamente 5 cm) pero hay que tener cuidado: algunos instrumentos están graduados para dar el doble espesor, es decir el espesor de la corteza sobre el diámetro.

a/ El "medidor" de corteza ('Bark gauge')



El instrumento se coloca perpendicularmente contra el árbol y se presiona con el mango hasta que la totalidad de la corteza (pero ¡solamente la corteza!, ésta es la parte delicada de la operación) ha sido atravesada. No utilizar un mazo para facilitar el trabajo. Es mejor efectuar dos mediciones en los extremos de un diámetro y tomar el promedio aritmético.

b/ Otro instrumento es el "martillo perforador", que se usa como un martillo, con el tubo cortador golpeando al árbol en ángulo recto.



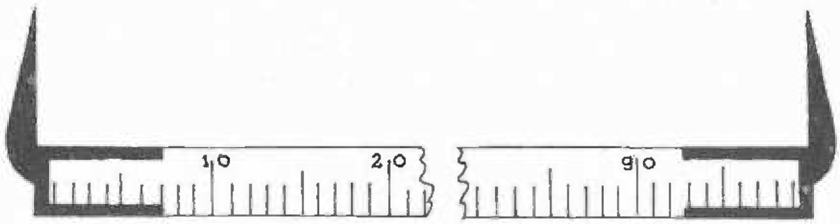
Este instrumento ha sido concebido para tomar rápidamente pequeñas muestras de madera pero es usado a veces para mediciones rápidas de cortezas delgadas (alrededor de 2 cm de espesor como máximo). No se recomienda su uso pues las mediciones pueden ser muy inexactas.

22 MEDICIONES EN ARBOLES APEADOS

Observación importante: Cualesquiera que sean las mediciones a efectuarse en árboles apeados, su diámetro de referencia debe ser conocido. Si es posible, el diámetro de referencia debe ser medido antes del corte; si no, reconstituir, examinando el tocón, cual era la altura del diámetro de referencia y efectuar la medición.

221 Mediciones de longitud

Las mediciones de longitud se llevan a cabo con una cinta de diez metros y se expresan en metros con un decimal como mínimo (redonderlas al próximo dm o cm); a veces se utiliza una vara o regla graduada de un metro de longitud equipada con puntas de acero en cada extremo: marcando alternativamente cada punta, una sola persona puede hacer la medición rápidamente.



222 Mediciones de grosor

Las mediciones de grosor también se efectúan con una cinta, teniendo cuidado de colocarla perpendicularmente al eje del tronco y bien ceñida sobre el perímetro del árbol. Si se dificulta deslizar la cinta por debajo del árbol,la medición del diámetro se hará con forcípula.

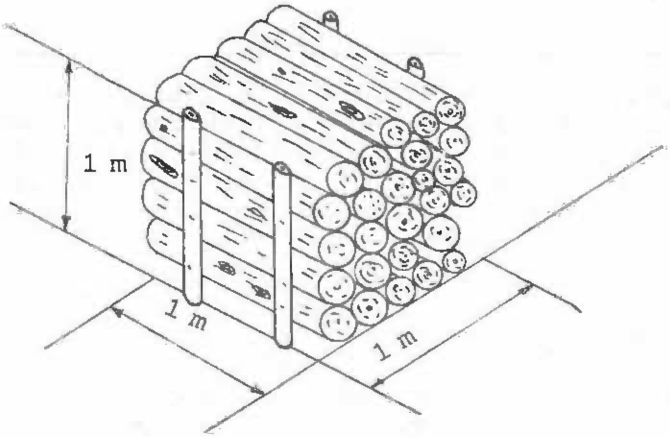
223 Medición precisa de los diámetros sin corteza o sin albura

Se puede utilizar un instrumento de medición de la corteza, pero es preferible aprovechar el hecho de que el árbol está derribado, para descortezarlo o para quitarle la albura y medir los diámetros sin corteza y/o sin albura a diferentes alturas.

224 Medición de madera apilada

El volumen obtenido se expresa en estéreos,con un decimal.

Un estéreo es el volumen ocupado por piezas de madera de un metro de largo apiladas sobre un metro de ancho y un metro de alto.



Es por lo tanto un volumen que contiene aire y madera en proporciones variables de acuerdo a la forma de las piezas. El coeficiente de apilamiento es el volumen de madera, expresado en m^3, contenido en un estéreo; si todas las piezas fuesen cilíndricas y del mismo diámetro el coeficiente de apilamiento sería de $\frac{\pi}{4} = 0.785$. En la práctica varía entre 0.45 (ramas pequeñas de mala forma) y 0.80 (leños partidos apilados extremos gruesos con delgados). Es difícil estimar con precisión un coeficiente de apilamiento. A continuación se dan algunas indicaciones para estimar el volumen de madera en una pila en forma de paralelepípedo. Para más detalles, ver las referencias bibliográficas 9 y 13.

- Si las piezas no son muy pequeñas, tomar en cada una de ellas las siguientes medidas:

  . diametro en cada extremidad y en el centro

  . calcular el volumen por la fórmula de Newton (ver parágrafo 231)

  Esta operación es muy tediosa y obliga a deshacer la pila. Más simple es medir los diámetros de cada pieza en las dos caras de la pila (no debe tratarse de asociar las dos mediciones de una pieza): por la fórmula de Smalian (ver parágrafo 231) se tiene:

$$\text{Volumen de madera en la pila} = \frac{\pi}{8} \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Longitud de las piezas}}}{L} \left\{ (\sum D^2)_{\text{cara 1}} + (\sum D^2)_{\text{cara 2}} \right\}$$

Se repite esta operación en algunas pilas similares y se toma como coeficiente de apilamiento:

$$p = \frac{\text{Volumen total de madera contenida en las pilas}}{\text{Suma de los volúmenes de las pilas en estéreos}}$$

Es posible calcular un intervalo de confianza de p. Ver en un manual de técnicas de muestreo, el capítulo "estimación de la razón". Por ejemplo: referencia 7.
También es posible pesar las pilas (la madera a veces se vende por peso) lo cual permite estimaciones por densidad.

- Si las piezas tienen diámetros pequeños, el peso es el único método práctico, pero el problema de la estimación del volumen permanece, si la madera apilada ha de ser expresada en metros cúbicos. Se podría sumergir la madera y medir el volumen de agua desplazada...

Observación: cuando la madera se corta con hacha, dejando extremos en forma de "punta de lápiz", descartar la longitud de estos extremos al medir la longitud de las piezas.

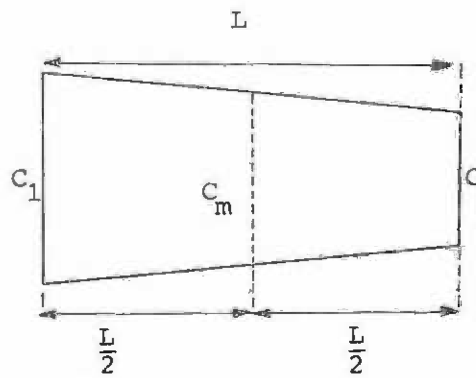
Atención: Mientras las piezas apiladas sean más cortas, derechas y gruesas, mayor será el coeficiente de apilamiento. Si por ejemplo una pila consiste en piezas de madera de 2 m de longitud, no puede aplicársele un coeficiente que haya sido calculado para las mismas piezas pero de sólo 1 m de longitud; la diferencia entre los dos coeficientes es a menudo importante (del orden del 20% mayor para piezas de 1 m, pero esto debe verificarse en cada caso).

23 CALCULO DIRECTO DEL VOLUMEN A PARTIR DE LAS MEDICIONES HECHAS EN UN ARBOL

231 Procedimiento de cálculo

El volumen buscado se obtendrá por adición de los volumenes de sus componentes. El calculo básico consiste por lo tanto en calcular el volumen de una troza (del tallo o de una rama).

Volumen de una troza de longitud L



C_1 y C_2 son las circunferencias de los extremos.

C_m es la circunferencia en la mitad de la longitud

D_1, D_2, D_m son los diámetros correspondientes.

Diferentes métodos de cálculo son posibles:

Si C_m es conocido $$V = \frac{C_m^2}{4\pi} L = \frac{\pi}{4} D_m^2 L \qquad \text{(1) Huber}$$

Si C_1 y C_2 son conocidos $$V = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{C_1^2 + C_2^2}{2}\right] L = \frac{\pi}{4}\left[\frac{D_1^2 + D_2^2}{2}\right] L \qquad \text{(2) Smalian}$$

$$V = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{C_1 + C_2}{2}\right]^2 L = \frac{\pi}{4}\left[\frac{D_1 + D_2}{2}\right]^2 L \qquad (3)$$

$$V = \frac{1}{12\pi}(C_1^2 + C_2^2 + C_1C_2) L = \frac{\pi}{12}(D_1^2 + D_2^2 + D_1D_2) L \qquad \text{(4) fórmula del cono truncado}$$

Si C_1, C_2 y C_m son conocidos $$V = \frac{L}{24\pi}\left[C_1^2 + 4C_m^2 + C_2^2\right] = \frac{\pi L}{24}\left[D_1^2 + 4D_m^2 + D_2^2\right] \qquad \text{(5) Newton-Simpson}$$

Observe que $(3) < (4) < (2)$ y que $(4) - (3) = \frac{(2) - (4)}{2} = \frac{\pi L}{48}(D_1 - D_2)^2$

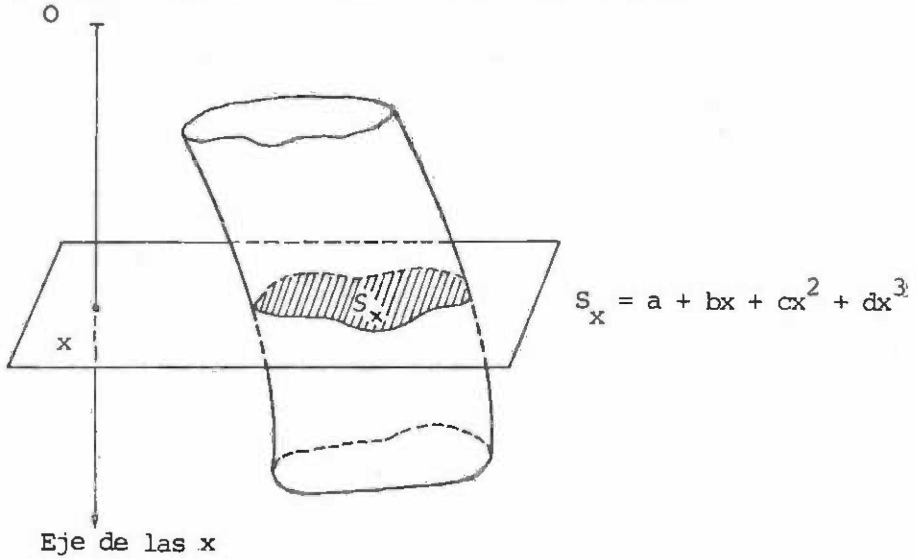
A continuación se examina el comportamiento de estas fórmulas en algunos casos clásicos:

Si la troza tiene forma de:	Fórmula (1)	Fórmula (2)	Fórmula (3)	Fórmula (4)
Cilindro $C_1=C_m=C_2$	exacta	exacta	exacta	exacta
Paraboloide $C_m^2 = \frac{1}{2}\left[C_1^2+C_2^2\right]$	exacta	exacta	subestima el volumen real en 3ε	subestima el volumen real en 2ε
Cono $C_m = \frac{1}{2}\left[C_1+C_2\right]$	subestima el volumen real en ε	sobrestima el volumen real en 2ε	subestima el volumen real en ε	exacta
Neiloide $C_m^{2/3} = \frac{C_1^{2/3}+C_2^{2/3}}{2}$	subestima el volumen real $\frac{3\varepsilon-\varepsilon'}{2} > \frac{4\varepsilon}{3} > 4\varepsilon'$	sobrestima el volumen real $3\varepsilon-\varepsilon' > \frac{8\varepsilon}{3} > 8\varepsilon'$	subestima el volumen real $\varepsilon' < \frac{\varepsilon}{3}$	sobrestima el volumen real $\varepsilon-\varepsilon' > \frac{2\varepsilon}{3} > 2\varepsilon'$

donde: $\varepsilon = \frac{\pi L}{48} (D_1 - D_2)^2$, y $\varepsilon' = \frac{\pi L}{16} \left\{ D_1^{2/3}.D_2^{1/3} - D_1^{1/3}.D_2^{2/3} \right\}^2$

$(\varepsilon > 3\ \varepsilon')$

La fórmula (5) es exacta para cualquier sólido (no solamente los de revolución) para el cual el área de la sección es un polinomio de 3 grado de la distancia de esta sección a una sección de origen:



Este es el caso del cilindro, el paraboloide, el cono y el neiloide pues estos sólidos se obtienen por rotación alrededor del eje X de una curva $y = ax^b$ con:

Cilindro	: $b = 0$, lo cual da	$S_x = \pi a^2$
Paraboloide	: $b = \frac{1}{2}$, lo cual da	$S_x = \pi a^2 x$
Cono	: $b = 1$, lo cual da	$S_x = \pi a^2 x^2$
Neiloide	: $b = \frac{3}{2}$, lo cual da	$S_x = \pi a^2 x^3$

Se podría pensar que para calcular el volumen de un tronco en el cual las circunferencias a distancias L son conocidas, sería preferible aplicar la fórmula (5) para trozas de longitud 2 L, en lugar de una de las fórmulas (1) al (4) para trozas de longitud L. Esto no necesariamente es así, puesto que las condiciones de validez de la fórmula de Newton, aun cuando son de tipo general, no necesariamente se cumplen en cada troza.
De hecho, siendo la fórmula (5) menos fácil de usar, en la práctica se utilizan las otras. ¿ Cuál de ellas es la mejor ?. No se puede contestar esta pre-

gunta, que por otra parte es de escasa importancia porque la precisión de la estimación del volumen depende más de las mediciones del diámetro (precisión y cantidad) que del modelo de cálculo utilizado.

Observación: Las 5 fórmulas pueden considerarse que dan resultados similares si $\frac{C_2}{C_1} > 0.82$, porque en la totalidad de los casos del cuadro anterior, el error relativo es inferior al 1%.

No importa la manera como haya sido calculado el volumen debe expresarse en metros cúbicos con 3 ó 4 decimales.

232 Recomendaciones sobre las mediciones a efectuarse en función de los volúmenes requeridos.

Las recomendaciones contenidas en el cuadro de la página siguiente se refieren a las mediciones a efectuarse en un árbol para la estimación directa de su volumen.
Cualquiera que sea el volumen requerido, es conveniente tomar siempre las mediciones enumeradas en $\boxed{1}$; ellas permiten por interpolación, el cálculo del volumen del fuste comprendido entre cualquier par de secciones transversales.

Observaciones:

1 - El volumen sin corteza sólo puede obtenerse con precisión en un árbol apeado, en el cual el espesor de la corteza puede medirse a cualquier altura. En un árbol en pie, la corteza se mide en el diámetro de referencia y se formulan hipótesis sobre la disminución del espesor de la corteza con la altura de acuerdo a los datos obtenidos de los árboles apeados. Sin información de esta naturaleza tiene que hacerse alguna suposición (por ejemplo: espesor constante de corteza). Ver parágrafo 36.

2 - Las mediciones indicadas en el cuadro permiten calcular volúmenes brutos. Para obtener volúmenes netos, las mediciones adicionales a efectuar dependen del tipo de volumen neto deseado. El formato del parágrafo 211.25 para el cálculo del volumen de árboles en pie con el relascopio de Bitterlich muestra una manera simple de registrar la información de las partes defectuosas del fuste de un árbol de un bosque denso.

3 - Problema ocasionado por el tocón.
El nivel de corte depende de las especies, tamaño del árbol, costumbres locales y cambios en el equipo de tumba. Así, un volumen calculado en un árbol en pie contiene una incertidumbre, debida a la altura desconocida del tocón. Para poder calcular fácilmente el volumen, en función de diferentes hipótesis sobre la altura del tocón, una manera simple (solamente para árboles sin aletones) consiste en dar un volumen en el cual, la parte debajo del diámetro de referencia D_R es un cilindro con este diámetro, que llega hasta el

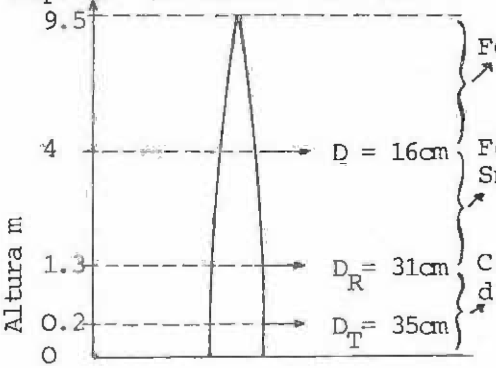
	V O L U M E N R E Q U E R I D O (CON CORTEZA)		
	Volumen total del tallo	Volumen del tallo hasta una sección determinada (p.e. volumen de madera rolliza)	Volumen total y de madera rolliza del tallo + ramas
Arboles en pie (mediciones ópticas)	1 OBLIGATORIAS . Diámetro de referencia D_R . Diámetro del tocón D_T . Altura total H_{tot} . Longitud entre D_R y D_T . Un diámetro a un nivel superior de D_R, por ejemplo a 1/4 ó 1/2 (preferible) de H_{tot} SI POSIBLE Diámetro a otras alturas, como se prevé en el formato del relascopio: cada 2 m con una medición intercalada en la parte inferior	2 OBLIGATORIAS . Diámetro de referencia D_R . Diámetro del tocón D_T . Altura de la sección H_s . Longitud entre D_R y D_T . Un diámetro a un nivel superior de D_R, por ejemplo a 1/4 ó 1/2 (preferible) de H_s SI POSIBLE Diámetro en la sección y diámetros a otras alturas	Este volumen sólo puede ser medido en árboles apeados
Arboles apeados	3 OBLIGATORIAS . Diámetro de referencia D_R . Diámetro del tocón D_T . Altura total H_{tot} . Longitud entre D_R y D_T . Diámetro a 1/2 H_{tot} SI POSIBLE diámetros cada metro ó cada 2 m desde el tocón	4 OBLIGATORIAS . Diámetro de referencia D_R . Diámetro del tocón D_T . Altura de la sección H_s . Longitud entre D_R y D_T . Diámetros en H_s y 1/2 H_s SI POSIBLE Diámetro cada metro o cada 2 m desde el tocón	Tallo: ver 3 y 4 Ramas: 2 posibilidades - Proceder para cada rama grande como para el tallo y apilar las ramas pequeñas - Más simple: apilar todas las ramas

suelo. De este volumen, que contiene el tocón, es fácil obtener el volumen del árbol apeado, cuando se conozca la altura de corte. Ver ejemplo 233.2

233 Ejemplos

233.1 Supóngase un árbol apeado en el cual se han medido los diámetros sobre corteza cada metro, empezando en el tocón. Se calcula el volumen total y el volumen de "madera rolliza" (big wood) del tallo.
En el cuadro de la siguiente página se muestran 5 métodos diferentes de cálculo para el árbol dividido en trozas de 1 metro.
Los 5 métodos dan resultados muy similares (éste es siempre el caso cuando las trozas son cortas). Naturalmente, no puede decirse cual de ellos está más cercano a la verdad.

233.2 Mediciones en un árbol en pie para el volumen total del tallo. Caso donde se dispone solamente de las mediciones obligatorias (caso $\boxed{1}$ del cuadro del parágrado 232).
Para la troza superior es necesario formular una hipótesis sobre su forma. Se supone de forma cónica.



Fórmula del cono: $\frac{\pi}{12} \times 0.16^2 \times 5.5 = 0.03686$

Fórmula de Smalian: $\frac{\pi}{4}\left[\frac{0.16^2 + 0.31^2}{2}\right] 2.7 = 0.12904$

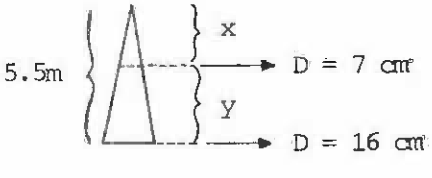
Cilindro con diámetro 31 cm: $\frac{\pi}{4} \times 0.31^2 \times 1.3 = 0.09812$

$= 0.26402$

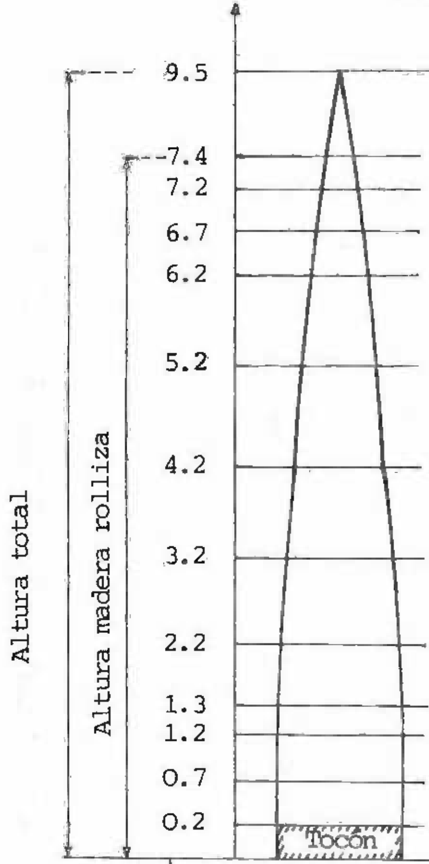
Volumen total del tallo $= \left[0.26402 - \frac{\pi}{4} \times 0.31^2 \times H_t\right] m^3$

Altura del tocón en m.

Para estimar el volumen de madera rolliza del tallo, sin conocer la altura de la sección transversal de D = 7 cm, debe comenzarse por estimar esta altura, para lo cual se necesita formular una hipótesis de la forma de la última troza; se supone de nuevo la forma cónica:



$\frac{x}{5.5} = \frac{7}{16} \rightarrow x = 2.4$ m, $y = 3.1$ m



[n] : Fórmula usada

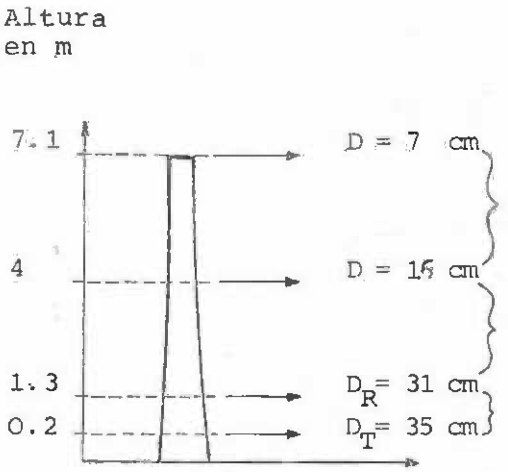
Alturas m	Diámetros cm	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4	Método 5	Alturas m (Método 5)
9.5		[4] 0.0027	[4] 0.0027	[4] 0.0027	[4] 0.0027	[4] 0.0027	9.5
7.4	7	[2] 0.0009	[3] 0.0009	[2] 0.0009	[2] 0.0009	[2] 0.0009	7.4
7.2	8	[2] 0.0064	[3] 0.0064	[2] 0.0064	[5] 0.0166	[2] 0.0028	7.2
6.7	x = 9					[1] 0.0079	6.7
6.2	10	[2] 0.0106	[3] 0.0104	[5] 0.0279			
						[1] 0.0133	5.7
5.2	13	[2] 0.0180	[3] 0.0177		[5] 0.0452		
						[1] 0.0227	4.7
4.2	17	[2] 0.0271	[3] 0.0269	[5] 0.0700			
						[1] 0.0314	3.7
3.2	20	[2] 0.0465	[3] 0.0452		[5] 0.1194		
						[1] 0.0616	2.7
2.2	28	[2] 0.0710	[3] 0.0707	[5] 0.1598			
						[1] 0.0804	1.7
1.3	d = 31						
1.2	32	[2] 0.0883	[3] 0.0881		[2] 0.0883		
0.7	y = 33.5					[2] 0.0461	0.7
0.2	35						0.2
Volumen total del tallo m^3		0.2715	0.2690	0.2677	0.2731	0.2698	
Volumen madera rolliza m^3		0.2688	0.2663	0.2650	0.2704	0.2671	

Volumen en m^3

Nota: d = diámetro de referencia = 31 cm

x, y = diámetros estimados (por promedios) usados en el método 5

Cálculo del volumen de madera rolliza del tallo:



Fórmula de un cono truncado : $\frac{\pi}{12}\left[0.07^2+0.16^2+0.07\times 0.16\right] 3.1 = 0.03384$

Fórmula de Smalian : $\frac{\pi}{4}\left[\frac{0.16^2+0.31^2}{2}\right] 2.7 = 0.12904$

Cilindro con diámetro 31 cm : $\frac{\pi}{4} \times 0.31^2 \times 1.3 \approx 0.09812$

0.26100

$\rightarrow$ Volumen madera rolliza del tallo = $(0.261 - \frac{\pi}{4} \times 0.31^2 \times H)\ m^3$

H: Altura tocón en m

En los dos cálculos anteriores, la medición D_T no se utiliza, pues la parte del árbol debajo de D_R se asume sea un cilindro. Sin embargo los valores de D_R, D_T y la longitud entre D_R y D_T son útiles para estudiar la forma de la base del árbol.

24 ESTUDIO DE LA FORMA DEL ARBOL

El diámetro de referencia y la altura total no son suficientes para describir completamente la forma de un árbol.
Se restringirá el estudio a la forma del tallo porque es imposible recomendar para cada especie, un método único para describir la morfología de cada una de las partes constitutivas de un árbol; por otra parte, tales observaciones (por ejemplo: número, ángulo de inserción y rectitud de las ramas, etc...) son primordialmente útiles para los genetistas. Su estudio está fuera del marco de este manual.

241 Medición de la forma del tallo por un coeficiente

241.1 Definiciones

El coeficiente más simple es el factor de forma f :

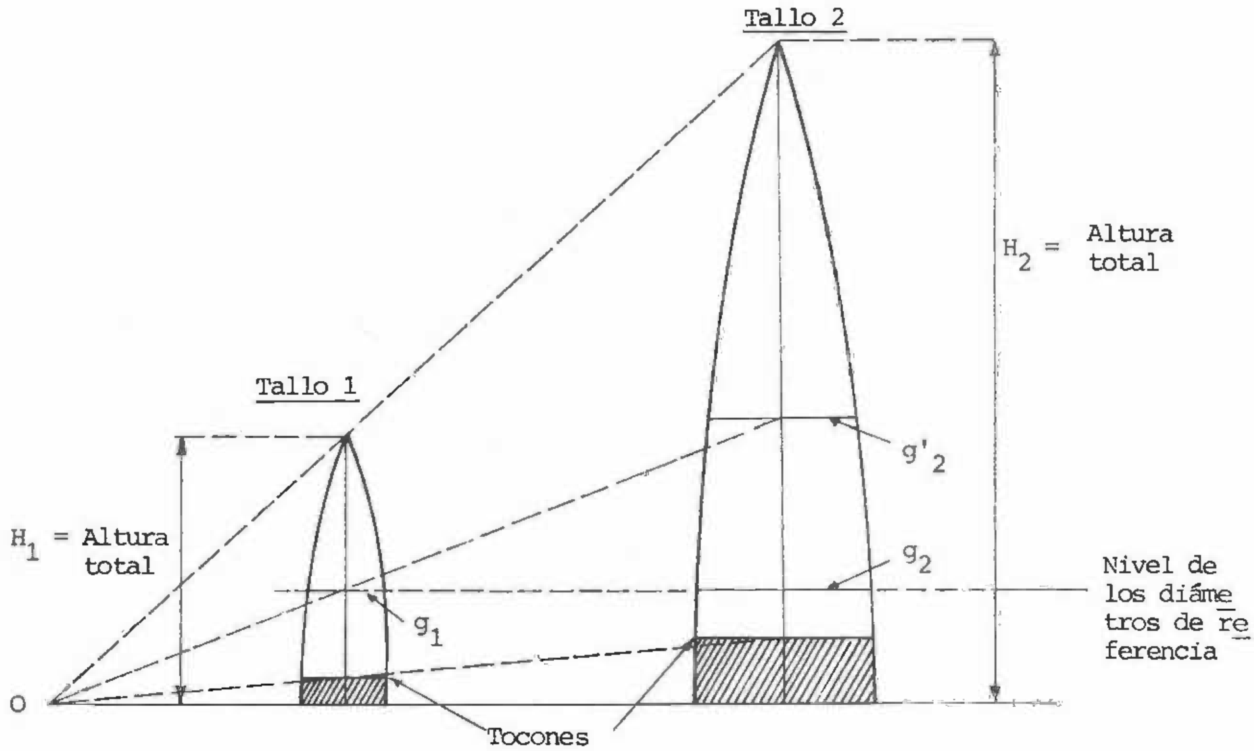
$$f = \frac{\text{Volumen}}{(\text{área basal de referencia}) \times \text{altura total}}$$

Cada volumen que pueda considerarse en un árbol tiene su correspondiente factor de forma o factor mórfico. El más común es el que se refiere al volumen total del tallo, pero también puede ser considerado el factor mórfico correspondiente al volumen del tallo hasta una sección transversal dada.

El factor mórfico f no es una característica de la forma del tallo:

(a) : dos árboles con el mismo f no tienen necesariamente la misma forma, y sobretodo:

(b) : dos árboles de la misma forma no tienen el mismo f; considérense dos tallos de la misma forma (tallos similares). Ver figura siguiente.



El tallo 2 es la imagen del tallo 1 por homotecia de centro O y razón

$$k = \frac{H_2}{H_1}$$

Considérense los volúmenes de los tallos como V_1 y V_2 (el volumen del tocón puede estar incluído o no; esto no afecta el resultado) y los coeficientes de forma correspondiente:

$$f_1 = \frac{V_1}{g_1 H_1} \qquad \text{y} \qquad f_2 = \frac{V_2}{g_2 H_2}$$

Las relaciones: $V_2 = k^3 V_1$, $H_2 = k\,H_1$ y $g'_2 = k^2 g_1$

muestran que: $\frac{f_1}{f_2} = \frac{g_2}{g_2'}$

Puesto que $g_2 > g_2'$, f_2 es menor que f_1.

Hohenadl eliminó el inconveniente (b) definiendo un coefiente llamado <u>coeficiente natural de la forma del tallo</u> (por oposición a f el cual a veces es llamado factor o coeficiente de forma artificial):

$$f' = \frac{\text{Vol tallo}}{g_{0.1H} \times H}$$

donde: H = altura total

$g_{0.1H}$ = área basal de la sección a la altura 0.1 H

Sin embargo, la dificultad de medir el diámetro a una altura relativa en un árbol en pie limita el uso del coeficiente f'.

Observación: el coeficiente natural de forma correspondiente al volumen total de un tallo está generalmente comprendido entre los valores 0.3 y 0.6. Es igual a:

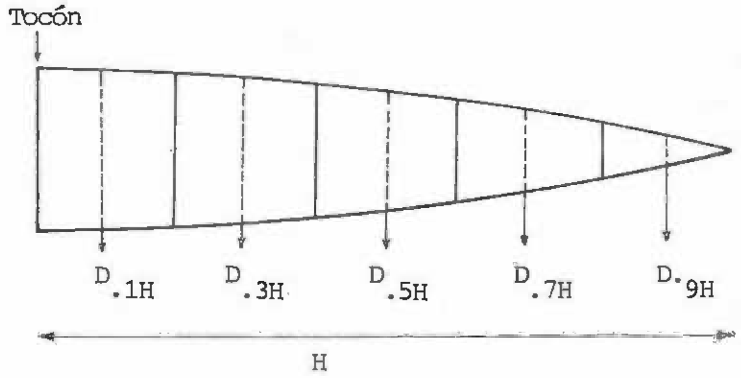
$\frac{5}{9} = 0.56$ para un paraboloide

$\frac{100}{243} = 0.41$ para un cono

$\frac{250}{569} = 0.34$ para un neiloide

241.2 <u>Como calcular f ó f'</u>

El factor mórfico de un tallo no puede medirse directamente; el volumen ha de ser calculado con anterioridad. En el parágrafo 23 se dijo que el principio es dividir el tallo en trozas y sumar los volúmenes de dichas trozas. Por ejemplo, si se divide el tallo en 5 trozas de igual longitud y se mide el diámetro en la mitad de cada una de ellas:



la aplicación de la fórmula de Huber para cada troza da:

$$f = \frac{1}{5}\;\frac{D^2_{.1H} + D^2_{.3H} + D^2_{.5H} + D^2_{.7H} + D^2_{.9H}}{(\text{diámetro de referencia})^2}$$

$$f' = \frac{1}{5}\;\frac{D^2_{.1H} + D^2_{.3H} + D^2_{.5H} + D^2_{.7H} + D^2_{.9H}}{D^2_{.1H}}$$

Para calcular el factor mórfico promedio de un conjunto de n árboles, se puede proceder de diferentes maneras. A continuación se exponen 3 de ellas:

	Factor de forma natural promedio	Factor de forma artif. promedio
(1)	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f'_i \left[D^2_{.1H}\, H\right]^2_i}{\sum_{i=1}^{n} \left[D^2_{.1H}\, H\right]^2_i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} V_i \left[D^2_{.1H}\, H\right]_i}{\frac{\pi}{4}\sum_{i=1}^{n} \left[D^2_{.1H}\, H\right]^2_i}$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left[D^2_R\, H\right]^2_i}{\sum_{i=1}^{n} \left[D^2_R\, H\right]^2_i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} V_i \left[D^2_R\, H\right]_i}{\frac{\pi}{4}\sum_{i=1}^{n} \left[D_R\, H\right]^2_i}$
(2)	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f'_i \left[D^2_{.1H}\, H\right]_i}{\sum_{i=1}^{n} \left[D^2_{.1H}\, H\right]_i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} V_i}{\frac{\pi}{4}\sum_{i=1}^{n} \left[D^2_{.1H}\, H\right]_i}$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left[D^2_R\, H\right]_i}{\sum_{i=1}^{n} \left[D^2_R\, H\right]_i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} V_i}{\frac{\pi}{4}\sum_{i=1}^{n} \left[D^2_R\, H\right]_i}$
(3)	$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f'_i = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \dfrac{V_i}{\frac{\pi}{4}\left[D^2_{.1H}\, H\right]_i}$	$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \dfrac{V_i}{\frac{\pi}{4}\left[D^2_R\, H\right]_i}$
	$D_{.1H}$ = diámetro a la altura .1H H = altura total	D_R = diámetro de referencia H = altura total

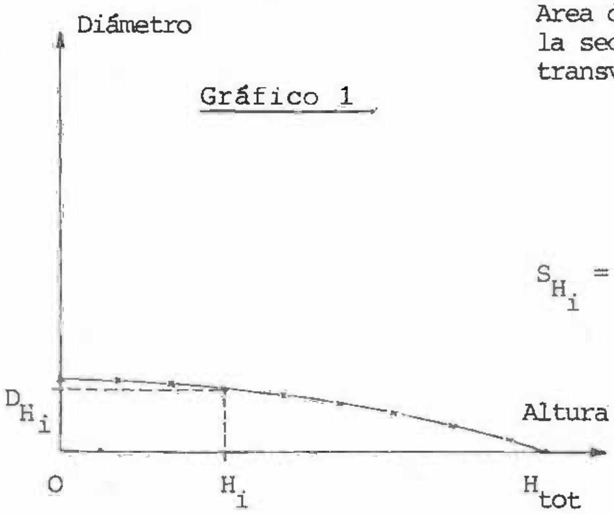
Cada una de estas tres fórmulas es un promedio ponderado de los factores mórficos individuales, siendo la ponderación correspondiente de cada árbol $(D^2H)^2$ en (1) y (D^2H) en (2); en (3) todos los árboles tienen la misma ponderación. La fórmula a emplear dependerá de la relación entre la varianza de V y D^2H, de acuerdo a la siguiente regla: si la varianza de V es proporcional a $(D^2H)^{\alpha}$, la varianza del factor mórfico es proporcional a $(D^2H)^{\alpha-2}$ y la ponderación de cada árbol será de $(D^2H)^{2-\alpha}$. Entonces, la fórmula (1) es válida si la varianza de V no depende de D^2H ($\alpha = 0$); la fórmula (2) es válida si la varianza de V es proporcional a D^2H ($\alpha = 1$) y la fórmula (3) es válida si la varianza de V es proporcional a $(D^2H)^2$ ($\alpha = 2$).

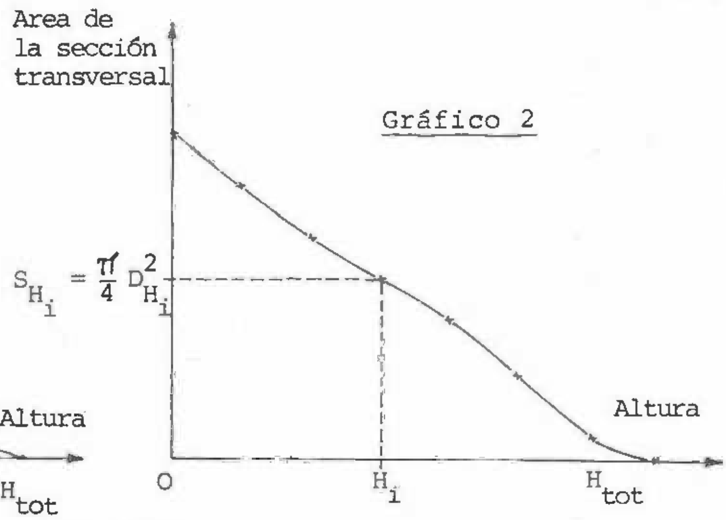
En la práctica, es necesario comenzar estimando α; el mismo problema se presenta antes de ajustar una ecuación de volumen por regresión como se explica en los parágrafos 353.14 y 353.2. El coeficiente α se encuentra a menudo entre los valores 1 y 2, por lo que las fórmulas (2) ó (3) son las más usadas. Si no se tiene conocimiento previo de la manera como varía la varianza de V con respecto a (D^2H), se recomienda utilizar la fórmula (2); más aún, esta fórmula es la más práctica pues el volumen total de un conjunto de árboles, $\sum_i V_i$, aparece explícitamente en ella.

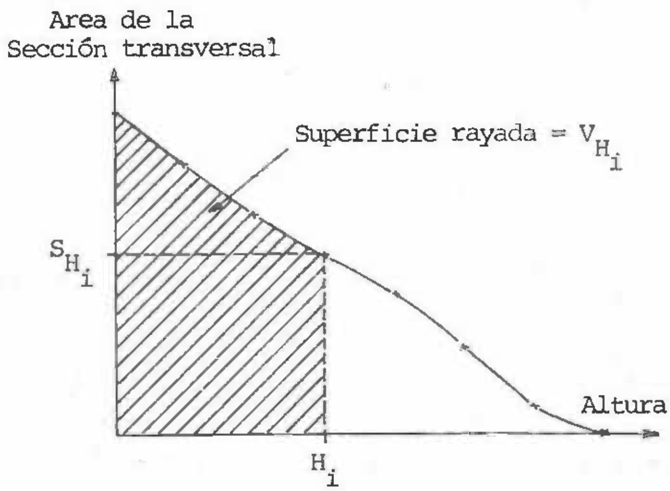
242 Descripción de la forma del tallo por la ecuación de la curva del perfil

242.1 Los dos tipos de curvas - Problemas de transformación de variables

Si el diámetro fué medido a diferentes alturas, los datos pueden representarse por dos tipos de gráficos:



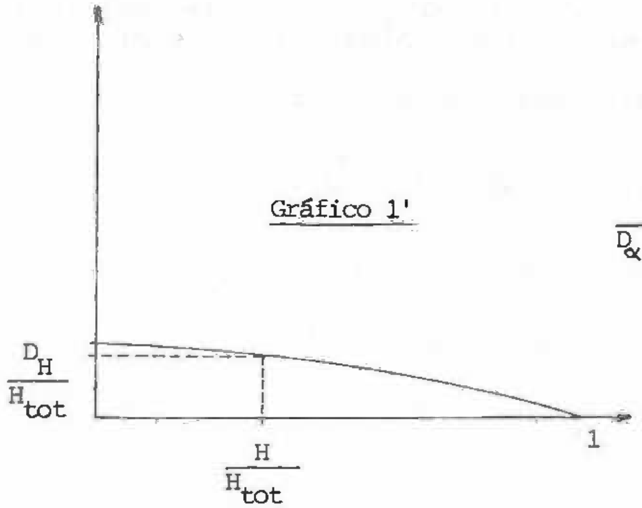


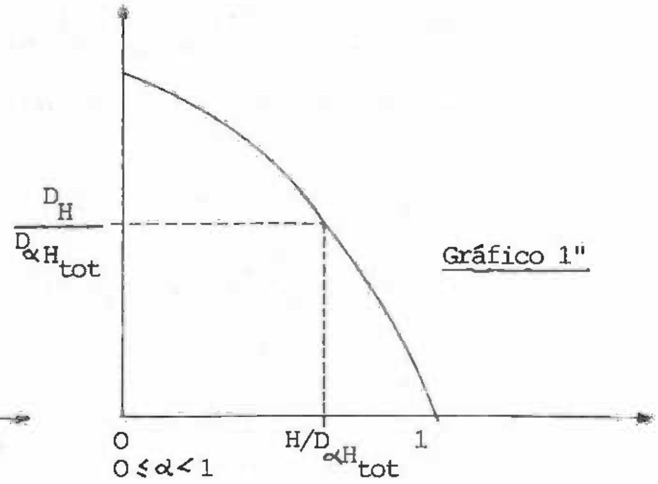


El gráfico 1 ofrece la ventaja de representar el tallo tal como se ve; el gráfico 2 representa el volumen V_{H_i} a una altura dada H_i

Para que dos árboles de la misma forma se representen por la misma curva y para que dos árboles con la misma curva tengan la misma forma, es necesario transformar las escalas.

Existen dos posibilidades para el gráfico de tipo 1:

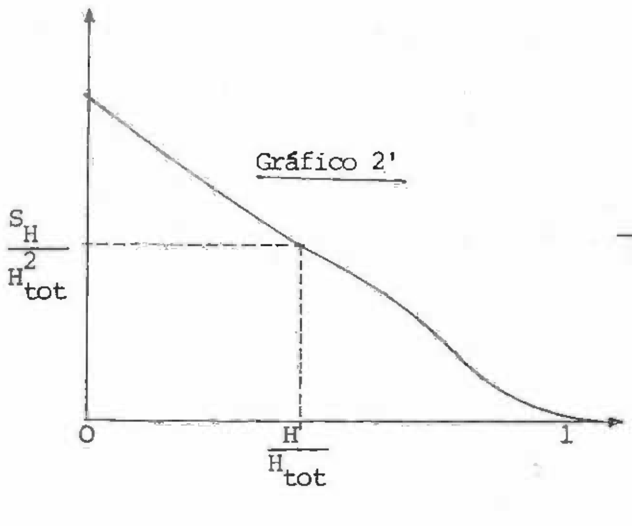


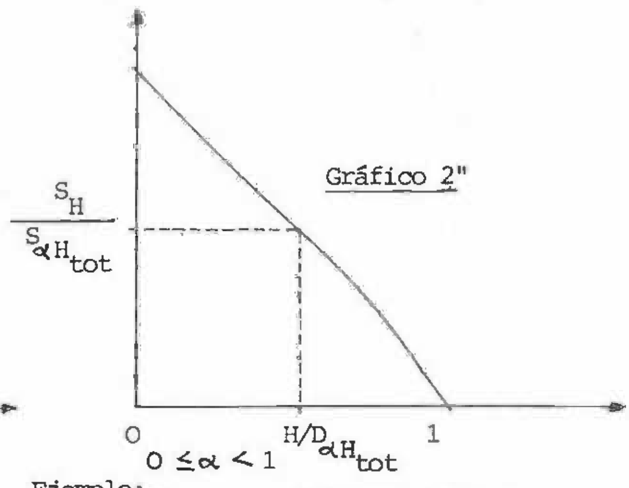


$0 \leq \alpha < 1$

Ejemplo:
$\alpha = 0.1 \rightarrow D_{\alpha H_{tot}}$ = diámetro a .1 H_{tot}

y las dos posibilidades correspondientes al gráfico de tipo 2:





$0 \leq \alpha < 1$

Ejemplo:
$\alpha = 0.1 \left\{ \begin{array}{l} D_{\alpha H_{tot}} = \text{diámetro a } 0.1\ H_{tot} \\ S_{\alpha H_{tot}} = \text{área de la sección a } 0.1\ H_{tot} \end{array} \right.$

Los gráficos 1' y 2' siempre pueden construirse, mientras que los gráficos 1" y 2" solamente si los diámetros han sido medidos a la misma altura relativa en cada árbol.

242.2 Ajuste analítico de la curva del perfil

242.21 Principios.

El interés de tener una fórmula para la curva del perfil es el de facilitar el cálculo del volumen de la parte del tallo comprendida entre dos alturas H_1 y H_2.
Es natural comenzar con la escogencia del modelo siguiente:

$$S_H = b_0 + b_1H + b_2H^2 + b_3H^3 \qquad \text{(ver ejemplo 242.221)}$$

porque como se vió en el parágrafo 231, esta relación se verifica para la mayoría de los sólidos geométricos simples a los cuales puede compararse el tallo.
Si la fórmula reproduce la forma deficientemente, a continuación se dan dos posibles soluciones:

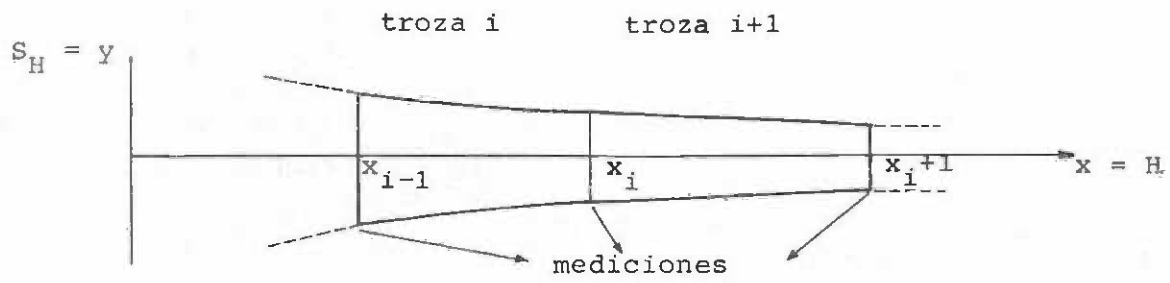
(i) tratar con un polinomio de grado superior; el modelo puede expresarse en la forma general:

$$S_H = b_0 + b_1H + b_2H^2 + \ldots + b_pH^p = \sum_{k=0}^{p} b_k\, H^k$$

(como el modelo tienen p + 1 parámetros se necesitan un mínimo de p + 1 mediciones (H, S_H) para efectuar el ajuste).

(ii) dividir el tallo en trozas y ajustar el modelo a cada una de ellas, con restricciones en los coeficientes para forzar uniones correctas de las curvas. Existen numerosas maneras de proceder, de acuerdo al número de mediciones disponibles, al número de trozas consideradas, al modelo escogido para cada troza y a las condiciones impuestas para las uniones de las curvas.

El ejemplo del parágrafo 242.222 ilustra un caso donde se disponen de 4 mediciones y se consideran dos trozas. El método de "funciones spline cúbicas" (ver Boneva et al. ref. 1) es el caso extremo de funciones de este tipo, pues las trozas consideradas se definen por dos mediciones sucesivas del diámetro:



Para cada troza se ajusta una función cúbica:

troza i : $\hat{y} = a_i + b_i x + c_i x^2 + d_i x^3$

troza i + 1 : $\hat{y} = a_{i+1} + b_{i+1} x + c_{i+1} x^2 + d_{i+1} x^3$

Los coeficientes de la funcion cúbica se obtienen asumiendo que en cada punto de medición $\hat{y}$ es igual a y, y que las derivadas primera y segunda de la funcion cúbica de una troza son iguales a la primera y segunda derivada de la función cúbica de la troza adyacente:

$$a_i + b_i x_i + c_i x_i^2 + d_i x_i^3 = y_i$$

$$a_i + b_i x_{i-1} + c_i x_{i-1}^2 + d_i x_{i-1}^3 = y_{i-1}$$

$$b_i + 2c_i x_i + 3\, d_i x_i^2 = b_{i+1} + 2c_{i+1} x_i + 3d_{i+1} x_i^2$$

$$c_i + 3d_i x_i = c_{i+1} + 3d_{i+1} x_i$$

Si se conocen los coeficientes de la función cúbica para la troza i+1, el sistema de las 4 ecuaciones puede resolverse, con lo cual se obtienen los valores de a_i, b_i, c_i, d_i.
La solución se obtiene paso a paso: se fija la forma de la última troza (forma cónica por ejemplo); la función cúbica de la troza precedente se deduce y se continúa así hasta la primera troza (puede seguirse un procedimiento simétrico, fijando la forma de la primera troza y obteniendo las funciones cúbicas siguientes paso a paso del pie al tope del árbol).

Observaciones:

- Puede ajustarse solamente la curva del perfil para el fuste; lo que se ha dicho sigue siendo válido con la condición de que se sustituya la altura total por la altura del fuste en los modelos: un modelo simple (polinomio de tercer grado) es generalmente suficiente.

- Se puede expresar el diámetro, y no el área de la sección, en función de la altura. En general, el modelo a usar sigue siendo un polinomio:

$$D_H = \sum_{k=0}^{p} c_k H^k$$

Tomando en cuenta lo dicho en el parágrafo anterior, los modelos se transforman para obtener los coeficientes característicos de la forma:

$$y = \sum_{k=0}^{p} b'_k\, x^k \quad ; \quad y = \frac{S_H}{H_{tot}^2}\ , \quad x = \frac{H}{H_{tot}}$$

$$y = \sum_{k=0}^{p} b''_k\, x^k \quad ; \quad y = \frac{S_H}{S_{\alpha H_{tot}}}\ , \quad x = \frac{H}{D_{\alpha H_{tot}}}$$

$$(0 \leq \alpha < 1)$$

$$y = \sum_{k=0}^{p} c'_k\, x^k \quad ; \quad y = \frac{D_H}{H_{tot}}\ , \quad x = \frac{H}{H_{tot}}$$

$$y = \sum_{k=0}^{p} c''_k\, x^k \quad ; \quad y = \frac{D_H}{D_{\alpha H_{tot}}}\ , \quad x = \frac{H}{D_{\alpha H_{tot}}}$$

$$(0 \leq \alpha < 1)$$

Estos modelos tienen algunas variantes (ver ref. 6 - 9 - 13).

- Fórmula para calcular un volumen, conocida la curva del perfil. Supongamos que la fórmula de la curva es:

$$S = b_0 + b_1 H + \dots + b_p H^p$$

↓

Area de la sección a la altura H.

La integral de S es: $g(H) = b_0 H + b_1 \frac{H^2}{2} + \dots + b_p \frac{H^{p+1}}{p+1}$

El volumen de la sección del tallo entre las alturas H_1 y H_2 es $g(H_2) - g(H_1)$.
Si la curva del perfil está expresada por una función que relaciona el diámetro a la altura:

$$D = c_0 + c_1 H + \dots + c_p H^p$$

debe comenzarse por escribir la expresión de $S = \frac{\pi}{4} D^2$; el volumen buscado es $g(H_2) - g(H_1)$; $g(H)$ es la integral de S. Los cálculos son más largos y menos precisos, por lo cual es preferible expresar la curva del perfil como $S = f(H)$, en lugar de $D = f(H)$.

Para calcular el volumen hasta una sección transversal dada, se sigue el mismo procedimiento despues de calcular la altura de dicha sección Esto es sencillo al examinar la curva del perfil, pero con un computador se presentan problemas que no pueden tratarse aquí.

- Es necesario verificar que la curva del perfil obtenida sea real: y no puede tomar valores negativos; y debe decrecer a medida que la x se incremente.

242.22 Ejemplos.

242.221 Cuatro puntos medidos. Ajuste de un polinomio de tercer grado.
Se toma de nuevo el árbol del ejemplo 233.2 y se trata de ajustar el modelo:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 \quad ; \quad y = \frac{S_H}{H^2_{tot}} \quad ; \quad x = \frac{H}{H_{tot}}$$

La solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} a + b\,\frac{0.2}{9.5} + c\left(\frac{0.2}{9.5}\right)^2 + d\left(\frac{0.2}{9.5}\right)^3 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{0.35}{9.5}\right)^2 \\ a + b\,\frac{1.3}{9.5} + c\left(\frac{1.3}{9.5}\right)^2 + d\left(\frac{1.3}{9.5}\right)^3 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{0.31}{9.5}\right)^2 \\ a + b\,\frac{4}{9.5} + c\left(\frac{4}{9.5}\right)^2 + d\left(\frac{4}{9.5}\right)^3 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{0.16}{9.5}\right)^2 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases}$$

da: $a = 1.1035 \times 10^{-3}$

$b = 1.7385 \times 10^{-3}$

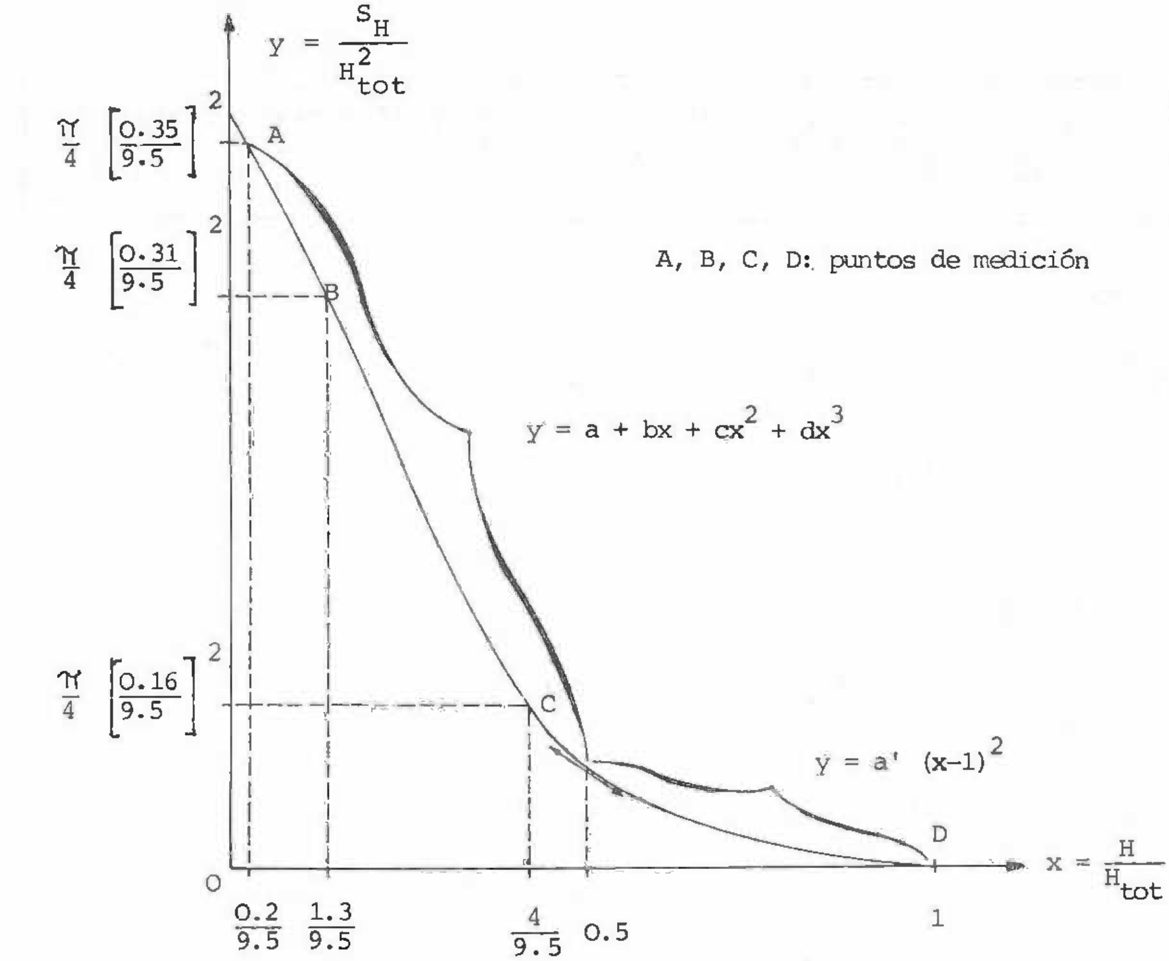
$c = 1.9100 \times 10^{-3}$

$d = 2.5450 \times 10^{-3}$

Esta curva no es admisible puesto que y es negativo para valores de x entre 0.55 y 1.

242.222 Cuatro puntos medidos. División en dos trozas y ajuste de una curva a cada una de ellas

Se toma de nuevo el árbol anterior y se supone que la mitad superior del tallo es un cono; se ajusta un polinomio de tercer grado a la parte inferior con la restricción de que las dos curvas sean tangentes en el punto de corte.



El sistema a resolver es:

$$\left[\begin{array}{ll} a + b\,\frac{0.2}{9.5} + c\left[\frac{0.2}{9.5}\right]^2 + d\left[\frac{0.2}{9.5}\right]^3 = \frac{\pi}{4}\left[\frac{0.35}{9.5}\right]^2 & \text{: pasando por A} \\ a + b\,\frac{1.3}{9.5} + c\left[\frac{1.3}{9.5}\right]^2 + d\left[\frac{1.3}{9.5}\right]^3 = \frac{\pi}{4}\left[\frac{0.31}{9.5}\right]^2 & \text{: pasando por B} \\ a + b\,\frac{4}{9.5} + c\left[\frac{4}{9.5}\right]^2 + d\left[\frac{4}{9.5}\right]^3 = \frac{\pi}{4}\left[\frac{0.16}{9.5}\right]^2 & \text{: pasando por C} \\ \left.\begin{array}{l} a + b\,0.5 + c(0.5)^2 + d(0.5)^3 = a'\ (0.5-1)^2 \\ b + 2c\ 0.5 + 3d\ (0.5)^2 = 2a'\ (0.5-1) \end{array}\right] & \begin{array}{l}\text{en el punto de abscisa} \\ \text{0.5, las dos curvas se} \\ \text{encuentran y son tangen-} \\ \text{tes}\end{array} \end{array}\right.$$

obteniéndose: $a = 1.0976 \times 10^{-3}$

$b = -1.4004 \times 10^{-3}$

$c = -4.7336 \times 10^{-3}$

$d = 7.4226 \times 10^{-3}$

$a' = 0.5671 \times 10^{-3}$

La curva correspondiente está dibujada en la página anterior. El ajuste es correcto.

242.223 Descripción del perfil promedio de 3 tallos con un polinomio de tercer grado

Los diámetros medidos a diferentes alturas en 3 árboles son los siguientes (H en metros y D en centímetros):

Arbol 1		Arbol 2		Arbol 3	
H	D_H	H	D_H	H	D_H
0.2	44	0.3	57	0.3	66
1.2	39	1.3	52	1.3	61
1.3	38	2.3	47	2.3	56
2.2	34	3.3	43	3.3	52
3.2	31	4.3	39	4.3	48
4.2	27	5.3	36	5.3	44
5.2	25	6.3	33	6.3	41
6.2	22	7.3	31	7.3	38
7.2	20	8.3	29	8.3	36
8.2	17	9.3	26	9.3	34
9.2	12	10.3	23	10.3	32
9.8	7	11.3	19	11.3	29
10	0	12.3	13	12.3	25
		12.8	7	13.3	21
		13	0	14.3	14
				14.8	7
				15	0

¿ Tienen estos tallos la misma forma?

Se calculan los valores de $\frac{H}{H_{tot}} = x$, $\frac{\pi}{4}\left[\frac{D_H}{H_{tot}}\right]^2 = y$, con los diámetros y alturas en metros.

Arbol 1		Arbol 2		Arbol 3	
x	$y \cdot 10^4$	x	$y \cdot 10^4$	x	$y \cdot 10^4$
0.02	15.205	0.023	15.099	0.020	15.205
0.12	11.946	0.100	12.566	0.087	12.989
0.13	11.341	0.177	10.266	0.153	10.947
0.22	9.079	0.254	8.593	0.220	9.439
0.32	7.548	0.331	7.069	0.287	8.042
0.42	5.726	0.408	6.023	0.353	6.758
0.52	4.909	0.485	5.061	0.420	5.868
0.62	3.801	0.562	4.466	0.487	5.041
0.72	3.142	0.638	3.908	0.553	4.524
0.82	2.270	0.715	3.142	0.620	4.035
0.92	1.131	0.792	2.458	0.687	3.574
0.98	0.385	0.869	1.678	0.753	2.936
1	0	0.946	0.785	0.820	2.182
		0.984	0.228	0.887	1.539
		1	0	0.953	0.684
				0.987	0.171
				1	0

La representación gráfica de estos valores muestra que la relación entre y, x es prácticamente la misma en los tres árboles, por lo cual pueden considerarse de la misma forma. Se comprueba si el modelo:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

describe bien la forma común.

Los coeficientes han sido calculados por el método descrito en el apéndice A.1.4: solución de un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas, obtenido al forzar a la curva a pasar por los cuatro puntos siguientes:

x	0	0.3	0.675	1
y	0.0016	0.000766	0.000350	0

Los resultados son: $a_0 = 16 \times 10^{-4}$

$a_1 = - 40.1434 \times 10^{-4}$

$a_2 = 48.4310 \times 10^{-4}$

$a_3 = - 24.2876 \times 10^{-4}$

El gráfico de la curva (ver página siguiente) muestra que el ajuste es bueno.

<u>Ejemplo de cálculo del volumen:</u>

La ecuación de la curva del perfil es:

$$\frac{S}{H_{tot}^2} = a_0 + a_1 \frac{H}{H_{tot}} + a_2 \frac{H^2}{H_{tot}^2} + a_3 \frac{H^3}{H_{tot}^3}$$

$$\rightarrow S = a_0 H_{tot}^2 + a_1 H_{tot} H + a_2 H^2 + \frac{a_3}{H_{tot}} H^3$$

La integral de S es:

$$g(H) = a_0 H_{tot}^2 H + a_1 H_{tot} \frac{H^2}{2} + a_2 \frac{H^3}{3} + \frac{a_3}{H_{tot}} \frac{H^4}{4}$$

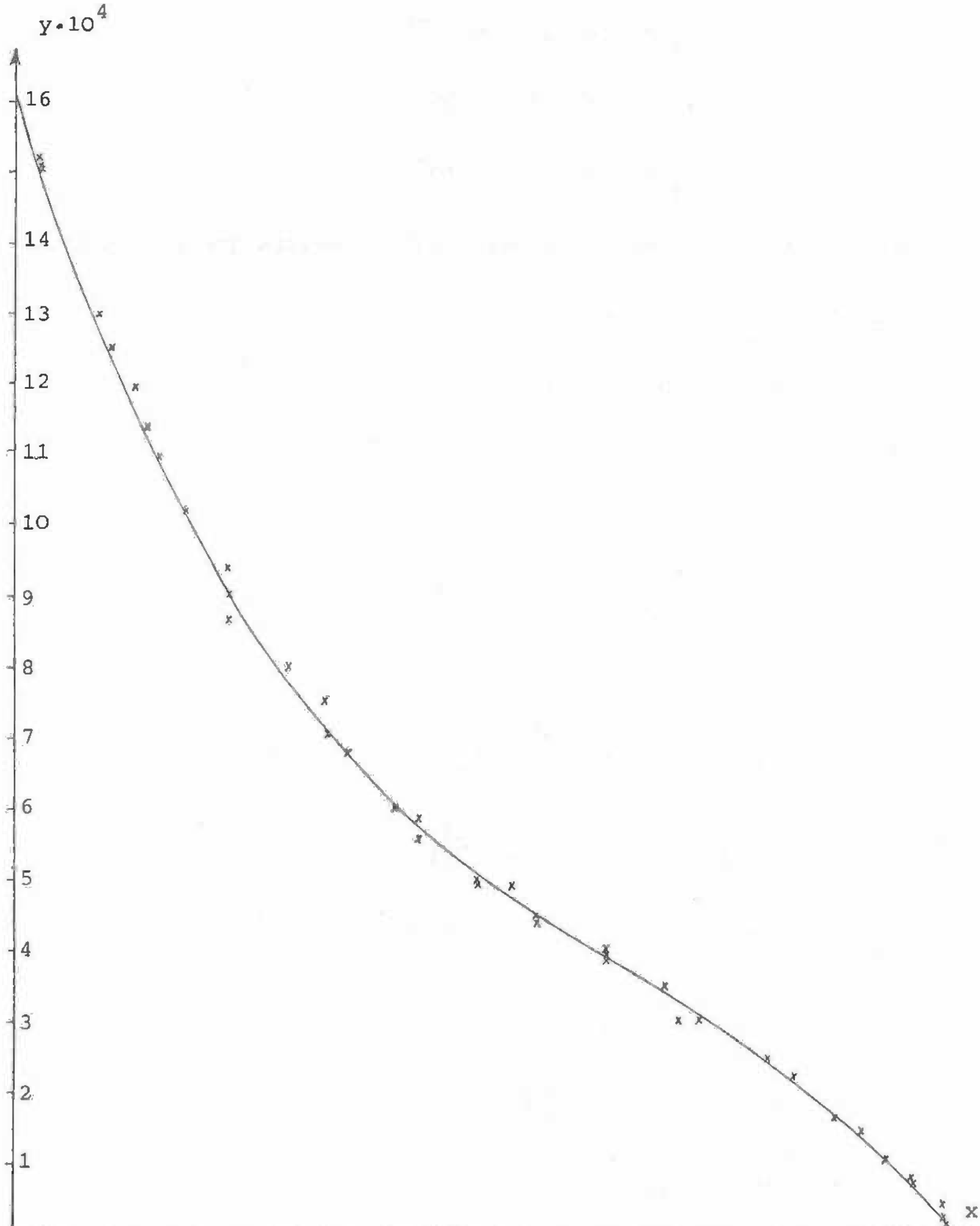
$$\rightarrow g(H) = \left[a_0 x + \frac{a_1}{2} x^2 + \frac{a_2}{3} x^3 + \frac{a_3}{4} x^4 \right] H_{tot}^3 ; \text{con } x = \frac{H}{H_{tot}}$$

El volumen del tallo entre las alturas H_1 y H_2 es $g(H_2) - g(H_1)$; por ejemplo, el volumen total del tallo es:

$$V_{tot} = g(H_{tot}) - g(H_{tocón})$$

$$g(H_{tot}) = \left[a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} \right] H_{tot}^3 = 6.00007 \times 10^{-4} \times H_{tot}^3$$

Supóngase que $\frac{H_{tocón}}{H_{tot}} = \frac{1}{100}$


y·10^4
16
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
x

$$g(H_{tocón}) = \left[a_0\ 10^{-2} + \frac{a_1}{2}\ 10^{-4} + \frac{a_2}{3}\ 10^{-6} + \frac{a_3}{4}\ 10^{-8}\right] H^3_{tot}$$

$$= 15.80089 \times 10^{-6} \times H^3_{tot}$$

Así: $V_{tot} = 5.84206 \times 10^{-4} \times H^3_{tot}$; con H_{tot} en m y V_{tot} en m^3.

El volumen total de un tallo de un árbol de altura total de 14 m es:

$$V_{tot} = 5.84206 \times 10^{-4} \times 14^3 = 1{,}6031\ m^3$$

¿Cual será el volumen de "madera rolliza" de ese tallo?. La altura H_7 localizada en la sección transversal de 7 cm de diámetro es aquella que:

$$\frac{\frac{\pi}{4}(0.07)^2}{14^2} = a_0 + a_1x_7 + a_2x_7^2 + a_3x_7^3 \quad ; \quad x_7 = \frac{H_7}{14}$$

Por aproximaciones sucesivas a partir del valor x = 0.987 leído en la curva, se obtiene x_7 = 0.987608; si se reemplaza x_7 por este valor y H_{tot} por 14 en la expresión de g(H), se obtiene:

$g(H_7) = 1.64605\ m^3$.

Ahora, $g(H_{tocón}) = 15.80089 \times 10^{-6} \times 14^3 = 0.04336\ m^3$

El volumen de "madera rolliza" del tallo es: 1,64605 - 0.04336 = 1.6027 m^3.

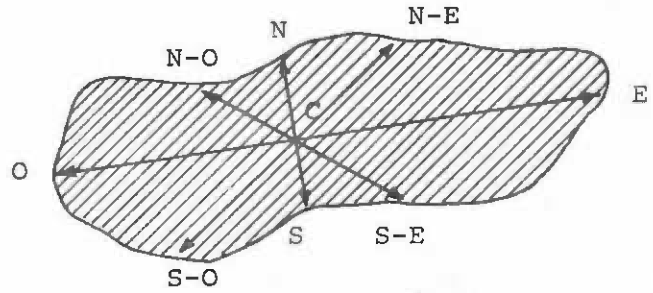
243 <u>Mediciones de la copa</u>

Una descripción completa de la forma del árbol incluye mediciones de la copa, las cuales sólo son posibles si la copa es enteramente visible.

<u>Altura</u>: Distancia entre el fin del fuste y el tope del árbol; se mide con un dendrómetro como diferencia entre dos mediciones

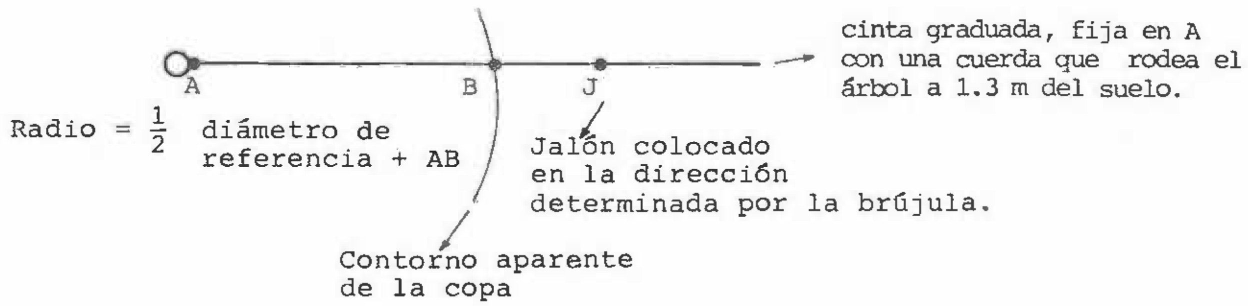
<u>Medición de la proyección horizontal</u>: Para describir correctamente la proyección de la copa en un plano horizontal, será necesario medir un número de radios que aumentará a medida que la proyección difiera de un círculo: como mínimo se requiere medir 4 radios, preferible 8, en direcciones que formen ángulos iguales:

Ejemplo:



C= Centro del tallo

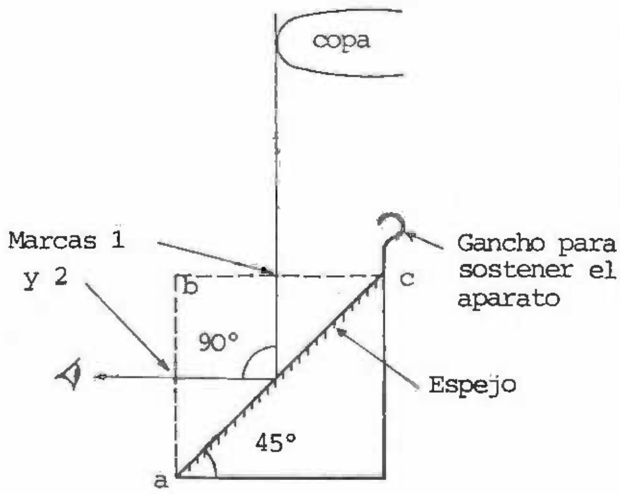
Procedimiento para medir el radio en una dirección:



Desplazamiento sobre la línea AJ para localizar el punto B con la ayuda de un aparato. A continuación dos ejemplos de aparatos de este tipo:

a/ <u>Aparato de espejo</u>

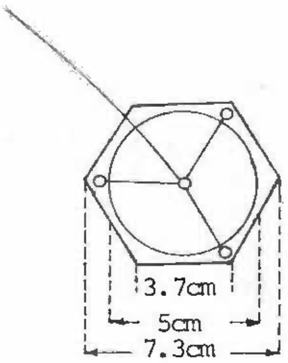
Descripción: El aparato se equilibra en posición vertical. Consta de un espejo en un plano de 45° con la horizontal y dos placas de vidrio (ab) y (bc) en el medio de las cuales hay dos líneas: marcas 1 y 2. El observador se coloca de modo tal que la imagen de la marca 2 coincida con la marca 1. Después se hace coincidir el punto de contorno de la copa con estas dos marcas; la proyección de este punto en el terreno la da una plomada fija al aparato.



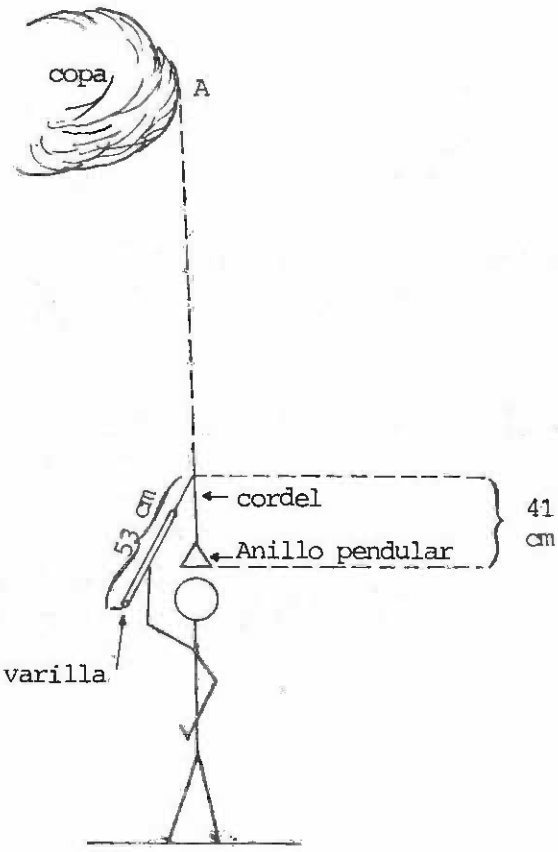
El aparato es difícil de usar si el árbol está en contacto con un árbol vecino, pues el espejo sólo permite ver una pequeña parte de la copa y es difícil diferenciar las ramas de un árbol de las ramas de otro. Su uso es fatigoso y consume mucho tiempo.

b/ <u>Aparato de PUN CHUN</u> (*)

Descripción: Los componentes son una varilla, un cordel y un anillo pendular que permite la visual a través de él. Contrariamente al aparato de espejos, este instrumento permite ver una gran parte de la copa y por lo tanto se localiza mucho más rapidamente el punto A. Tiene además la ventaja de ser muy simple y de construcción muy económica.



Anillo visto desde abajo



(*) WAHEED KHAN M.A. (1971) - Pun-Chun crown meter - Indian Forester 96 - n° 6 pages 332-337

Cantidades calculadas con estas mediciones:

(i) $$S_{copa} = \pi \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i^2}{n}$$

S_{copa} ↓ área de la proyección horizontal de la copa

r_i = radio en dirección i

n = 4 ó 8: número de radios medidos

(ii) $$D_{copa} = \sqrt{\frac{4}{\pi} S_{copa}} = 2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} r_i^2}{n}}$$

D_{copa} ↓ diámetro de la copa

(iii) $$VG_{copa} = \frac{1}{3} S_{copa} \times H_{copa}$$

VG_{copa} ↓ volumen global de la copa

H_{copa}: altura de la copa

Observación 1: Estas características de la copa son importantes en estudios de crecimiento pero rara vez se toman en cuenta a causa de las dificultades de las mediciones de campo.

Observación 2: La razón $$\frac{V_{copa} = \text{volumen de madera contenida en la copa}}{VG_{copa} = \text{volumen global de la copa}}$$

es un número menor que 1, similar al coeficiente de apilamiento, que puede ser usado para estimar V_{copa} en función de VG_{copa} para un árbol en pie. Se recomienda medir V_{copa} cada vez que se derriba un árbol y medir antes de la tumba H_{copa} y S_{copa} y calcular VG_{copa}

3 MEDICION INDIRECTA DEL VOLUMEN DE UN RODAL: LAS TARIFAS

31 PRINCIPIOS Y DEFINICIONES

Para estimar el volumen de un rodal se puede medir directamente el volumen de cada árbol y sumar estos valores. En rodales grandes este procedimiento es impracticable.

Una tarifa es una tabla, fórmula o gráfico, que da un estimado del volumen de un árbol o de un conjunto de árboles en función de variables llamadas entradas de la tarifa.

Las entradas de la tarifa son mediciones del árbol (diámetro de referencia, altura total,...) o del rodal (área basal por ha, altura promedio,...) más fácilmente obtenibles que el propio volumen.

Una tarifa individual da el volumen de un árbol en función de las entradas relativas a dicho árbol. Una tarifa de rodal da el volumen de un rodal directamente, a partir de las entradas relacionadas a ese rodal.

Una tarifa individual no puede estimar el volumen de un árbol aislado con buena precisión. Estas tarifas se utilizan principalmente para estimar el volumen de un lote de árboles como la suma de volúmenes de los árboles individuales.

Ejemplos de tarifas individuales:

- de 1 entrada (D)

(i) $V = a + bD + cD^2 + dD^3$

Casos particulares : $V = a + bD^2$,

$V = a + bD + cD^2$,

$V = a + bD^2 + cD^3$,...

(ii) $V = aD^b$

- de 2 entradas (D y H)

(i) $V = a + bH + c\sqrt{D^2H} + dD^2H$

Casos particulares: $V = a + bD^2H$,

$V = a + bH + cD^2H$,...

(ii) $V = aD^bH^c$

- de 3 entradas $(D, H, D_{.5H})$

$V = aD^bH^c\, D^d_{.5H}$

En estas tarifas:

V = volumen del fuste (o volumen del tallo hasta un diámetro límite)

D = diámetro de referencia

H = altura total

$D_{.5H}$ = diámetro a la mitad de la altura

Ejemplos de tarifas de rodales:

- 2 entradas (G y H) : $V = a + bG + cH + dGH + eGH^2$

  Casos particulares: $V = a + bGH$,

  $V = a + bG + cGH, \ldots$

  $V = aG^bH^c$

donde: V = volumen del tallo/ha (o volumen /ha de los tallos hasta un diámetro límite)

G = área basal/ha

H = altura promedio o altura dominante.

- 3 entradas (N_1, N_2, N_3) : $V = a_1N_1 + a_2N_2 + a_3N_3$

donde: V = volumen de madera para leña con corteza/ha

N_1 = número/ha de varas de altura total inferior a 2 m

N_2 = número/ha de varas de altura total entre 2 y 6 m

N_3 = número/ha de varas de altura total superior a 6 m

El último modelo se adapta bien a rodales en los cuales las mediciones de diámetros son mas difíciles que las mediciones de alturas (árboles con tallos múltiples, árboles de mala forma,...).

Observaciones:

(i) Algunas tarifas son de un tipo intermedio entre la de árboles individuales y la de rodales: dan el volumen de un árbol como función de variables del propio árbol y de variables relacionadas al rodal. Hay tarifas de árboles en las cuales los coeficientes son funciones conocidas de variables del rodal.

Ejemplo: $V = (a + bH_{dom}) + (c + dH_{dom})\, D^2$

donde V es el volumen de un árbol de diámetro D.

Una tarifa de este tipo se llama tarifa individual parametrizada porque puede considerarse como una familia de tarifas individuales: $V_i = a_i + b_iD^2$, siendo H_{dom} el parámetro que indica la tarifa a usar para los árboles de un rodal determinado. Para construirla se puede ajustar directamente V a las 3 variables H_{dom}, D^2, D^2H_{dom} o comenzar por establecer una tarifa para cada clase de H_{dom} y deducir posteriormente la ecuación global. Para esta materia, ver el apéndice A (A.1.5 y A.1.6).

(ii) Una tarifa de dos entradas es más precisa que una tarifa de una entrada pero es más difícil de usar. Por eso, a veces se obtiene una tarifa de una entrada a partir de otra de dos entradas. Para ello, puede seguirse el procedimiento siguiente:

- se dispone de una tarifa de doble entrada V = f(D,H). Se mide el D y H de unos 30 árboles,
- entonces, se calculan sus volúmenes por V = f(D,H) y se construye con esos 30 árboles una tarifa de una sóla entrada (D),

  ó : en esos árboles se establece una relación H = g(D) y se toma V = f (D,g(D)) como la tarifa de entrada única.

(iii) Una tarifa debe ser considerada como un instrumento al que hay que conservar y mantener. Por ejemplo, deberá ser puesta al día con datos adicionales a medida que las plantaciones crezcan y ocupen mayor superficie.

32 SELECCION DE LAS ENTRADAS

Las entradas de una tarifa deben ser:

- poco numerosas y fáciles de medir para que la tarifa tenga una amplia gama de aplicaciones y sea fácil de utilizar,
- fuertemente correlacionadas con el volumen,
- débilmente correlacionadas entre sí, para que el poder explicativo de una variable persista cuando las otras se introducen en el modelo.

En general, no se utilizan más de dos entradas: la primera es siempre el diámetro de referencia, la segunda puede ser el diámetro a una altura fija (5 m por ejemplo) o a una altura relativa, o la altura del fuste, o la altura total, o el diámetro de la copa... Entre estas variables, la altura del fuste y el diámetro a una altura fija son de más fácil medición, siendo esta última más usada que la altura.

33 PROCEDIMIENTO PARA ESTIMAR EL VOLUMEN DE UN RODAL CON UNA TARIFA

Con una tarifa individual:

- Tomar una muestra de n árboles del rodal (ver parágrafo 34) y medir directamente el volumen de cada uno. Establecer la tarifa.
- Medir las variables que son entrada de la tarifa en los N - n árboles del rodal que no fueron utilizados en la construcción de la tarifa.
- Estimar el volumen del rodal por:

$$V = \left[\begin{array}{l}\text{Suma de volúmenes}\\ \text{de los n árboles}\end{array}\right] + \left[\begin{array}{l}\text{Estimación por la tarifa del}\\ \text{volumen de los árboles restantes}\end{array}\right]$$

Con una tarifa de rodal:

- En rodales similares al rodal bajo estudio, se mide V (volumen por ha) y otras características de fácil medición que serán las entradas de la tarifa. Establecer la tarifa.

- En el rodal bajo estudio, medir las variables que son entrada de la tarifa y aplicar la fórmula.

De hecho este procedimiento tiene que ser cambiado a menudo porque no es posible establecer una tarifa para cada rodal. En la práctica se usan frecuentemente tarifas que no se han establecido con una muestra proveniente del rodal bajo estudio.
Esto se justifica si la relación entre el volumen y las entradas de la tarifa es aproximadamente la misma en el rodal en que se va a aplicar y en la muestra usada para establecer la tarifa, así:

- para una tarifa individual, la variabilidad de la forma de los árboles debe ser la misma en el rodal y en la muestra. Por lo tanto debe comprobarse que los factores que influyen la forma de los árboles tengan la misma variabilidad en el rodal y en la muestra (variabilidad genética, factores ambientales, tratamientos silviculturales, edad, tamaño de los árboles). Mientras mayor se desee sea el dominio de validez de una tarifa, en mayor grado debe diversificarse la muestra utilizada en su construcción.

- lo mismo ocurre para una tarifa de rodales: verificar que la variabilidad de los factores ambientales, la densidad de los rodales, los tratamientos silviculturales sean similares en el rodal bajo estudio y en las parcelas de muestreo usadas para construir la tarifa.

34 SELECCION DE LA MUESTRA PARA CONSTRUIR UNA TARIFA

341 Tarifas individuales

Para un rodal monoespecífico y homogéneo se puede considerar que se necesitan de 50 a 100 árboles para tarifas de una sola entrada y entre 80 y 150 para tarifas de dos entradas. Para cubrir una extensa región heterogénea, deben establecerse tarifas separadas para cada subregión homogénea. La comparación de estas tarifas puede conducir a reagrupar algunas de ellas: así, en la literatura se citan ejemplos de tarifas construídas con varios miles de árboles.
El número de árboles no es el único criterio a considerar; es necesario escoger los rodales de donde se extraerán los árboles y dentro de los rodales seleccionar los árboles de muestra. A continuación algunas recomendaciones al respecto:

- dividir la región para la cual se va a establecer la tarifa en compartimientos homogéneos (considerando las condiciones del lugar, los tratamientos silviculturales,...)

- dividir los compartimientos en clases de edad siguiendo las reglas:

(1) $$\frac{\text{Número de árboles de la muestra en la clase de edad del compartimiento}}{\text{Número total de árboles de la muestra}} = \frac{\text{Area de la clase de edad del compartimiento}}{\text{Area de la región}}$$

(2) En una clase de edad de un compartimiento, tomar el mismo número de árboles de muestra en cada clase de área basal.

En la práctica la aplicación de estos principios es muy difícil, porque la repartición en clases de edad puede ser imposible de determinar (bosques plantados donde su historia es mal conocida, bosques naturales no tratados,...). Como sustituto se pueden aplicar las reglas siguientes:

(1')

$$\frac{\text{Número de árboles de la muestra en el compartimiento}}{\text{Número total de árboles de la muestra}} = \frac{\text{Area del compartimiento}}{\text{Area de la región}}$$

(2') En un compartimiento, tomar el mismo número de arboles de muestra en cada clase de área basal.

Comentarios a las reglas (2) y (2'):

Es necesario conocer el volumen promedio de los árboles que tienen un determinado valor de las entradas ($D_{1.3}$, H_{tot},...) . La variabilidad del volumen incrementa en general con el tamaño de los árboles por lo que es más útil medir un árbol grueso que uno delgado. Las reglas (2) y (2') tratan de evitar que la mayoría de los árboles pertenezcan a un reducido número de clases de grosor. Hay que tener en cuenta que no es deseable un muestreo aleatorio que seleccione al azar un árbol entre n árboles. Por ejemplo, se requiere una tarifa para árboles de un bosque denso con diámetros entre 20 cm y 1 metro. El intervalo de las áreas basales se divide en diez clases iguales: los límites de los diámetros correspondientes serán 200 - 369 - 482 - 573 - 651 - 721 - 785 - 844 - 899 - 951 - 1000 mm. En cada una de esas clases se tomará una muestra de unos diez árboles, de acuerdo a un diseño de muestreo que cubra toda el área.

Observaciones para bosques mixtos:

El número de especies en un bosque natural es a menudo tan elevado que es imposible establecer una tarifa para cada especie,por lo que son necesarias tarifas para grupos de especies. ¿ Cómo agrupar las especies ?: el modo más simple es graficar los datos de la parcelas (V y D^2 o D^2H) y decidir de acuerdo al diagrama resultante.

342 Tarifas de rodales

Estas tarifas hasta ahora son menos usadas que las tarifas individuales: el conocimiento experimental es insuficiente para hacer recomendaciones fidedignas. Los lineamientos siguientes se hacen por lo tanto sólo a título indicativo:

- tomar como mínimo 30 parcelas,
- superficie de las parcelas en áreas = H_{dom} en metros, con un mínimo de 10 áreas. (H_{dom} = 20 m $\rightarrow$ parcelas de 20 áreas (0.2 ha),
  H_{dom} = 9 m $\rightarrow$ parcelas de 10 áreas (0.1 ha)...)

Ejemplo:

Se desea una tarifa que dé el volumen de madera leñosa de una sabana, siendo la altura promedio de unos 6 metros. Se escoge el segundo modelo del parágrafo 31 :

$V = a_1N_1 + a_2N_2 + a_3N_3$, donde N_i es el número/ha de árboles de clase de altura i (observar que el coeficiente a_i se interpreta como el volumen promedio de un árbol de clase de altura i).

Procedimiento:

- tomar aleatoriamente 30 parcelas de 30 m x 30 m,
- antes de la corta, inventariar cada parcela por clases de altura. La identificación de las especies no es indispensable,
- cortar y apilar cada parcela,
- ajustar el modelo con los datos(V,N_1,N_2,N_3) de las parcelas.

35 DIFERENTES MANERAS DE CONSTRUIR LA TARIFA CON LOS DATOS COLECTADOS

351 Método directo

Este método parece ser el más natural a primera vista: cada entrada de la tarifa se divide en clases.
Para tarifas de entrada única, calcular el volumen promedio en cada clase.
Para tarifas de dos entradas, construir una tabla cruzada de las clases de las dos entradas y ubicar el árbol (tarifas individuales) o la parcela (tarifas de rodales) en la casilla correspondiente, calcular el volumen promedio en cada casilla.

... etc ...

Se obtiene así un volumen para cada combinación de las variables explicativas, que de hecho es la tarifa. Si es necesario puede ajustarse una fórmula a estos valores (ver apéndice A).

Ventajas · Simplicidad de cálculo

Inconvenientes · La tarifa es muy imprecisa para las combinaciones de las variables explicativas donde existan muy pocos datos.
La ley de variación del volumen puede ser muy irregular.

· Es imposible saber la precisión de la tarifa en la estimación del volumen del rodal.

352 Métodos gráficos

En la práctica, los métodos gráficos sólo son de fácil aplicación para tarifas de una sola entrada (ver apéndice A) : se grafican los árboles (tarifas individuales) o las parcelas (tarifas de rodales) con el volumen en el eje y, y la variable explicativa (entrada de la tarifa) en el eje x. Para cualquier valor de la abscisa se marca un punto en el valor promedio del volumen correspondiente a dicha abscisa, y se dibuja a mano una curva que pase por dichos puntos (ver apéndice A).

Ventajas : . Prácticamente no se hacen cálculos.

. La tarifa está "suavizada" (superioridad sobre el método directo).

. La representación gráfica atrae la atención sobre los valores desproporcionados. Anomalías como volúmenes negativos se evitan instintivamente.

Inconvenientes : . El resultado depende de la habilidad del dibujante y de su conocimiento intuitivo de la ley de variación del volumen en función de las variables explicativas utilizadas.

. También aquí es imposible estimar la precisión con que la tarifa permite el cálculo del volumen del rodal. Este es el mayor inconveniente.

353 Método estadístico: análisis de regresión

Este el método mayormente utilizado, pues el inconveniente de los cálculos ha disminuído con el desarrollo de las computadoras.

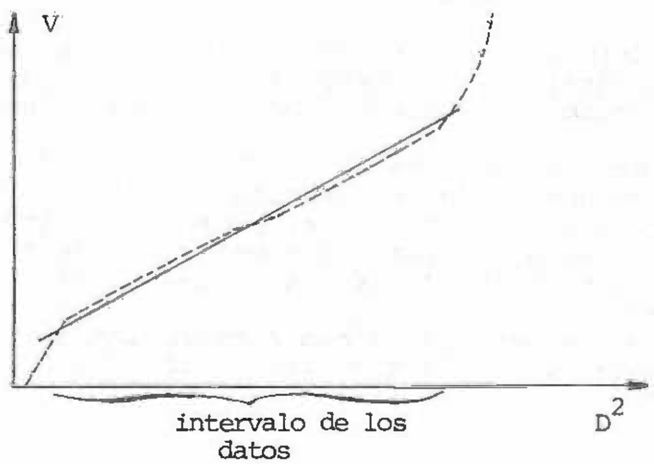
353.1 La elección del modelo de regresión

Algunos ejemplos de modelos han sido señalados en el parágrafo 31 y muchos otros han sido utilizados; es imposible recomendar un modelo único (para tarifas individuales, esto supondría que para cualquier especie en todas las condiciones de sitio, el factor de forma varía de la misma manera en función de D y H).
A continuación, algunos puntos importantes, a considerar:

353.11 Simplicidad del modelo.

Tratar siempre de tener el modelo más simple posible, esto es, el que tenga el menor número de coeficientes. Mientras más numerosos son los coeficientes, más ilógicamente variará V en función de las entradas.

Ejemplo:



La curva con trazo continuo corresponde al modelo $V = a + bD^2$. El modelo $V= a + bD^2 + cD^4 + dD^6 + eD^8$ se representa con trazo discontinuo: las dos curvas transcurren muy cercanas en la parte útil de la tarifa pero una pequeña extrapolación será mucho más peligrosa con el modelo complicado.
En la práctica, los siguientes modelos de dos coeficientes:

$V = a + bD^2$, $V = aD^2$, $V = a + bD^2H$, $V = a(D^2H)^b$ dan a menudo buenos resultados y deben ser ensayados en primer lugar.
Debe comenzarse por graficar los datos:

- para una tarifa de una entrada: V en función de D^2;

- para una tarifa de varias entradas: V en función de D^2H; si los datos son muy numerosos, graficar tambien V en función de D^2 para cada clase de H (o por clases de cualquier otra entrada). Estos gráficos facilitan la primera escogencia del modelo de regresión y el estudio de la relación entre la varianza del volumen y las entradas a fin de decidir con que función de ponderación se ajustará la regresión.

353.12 Relativo a los modelos donde se estima una función del volumen y no el volumen mismo.
Se toma el siguiente modelo usado muy frecuentemente ("tarifa logarítmica"):

$$V = a\, D^b$$

La estimación de los coeficientes por el método de los mínimos cuadrados consiste en buscar los valores de a y b que minimizen la expresión:

$$\sum_{i=1}^{n} (V_i - a\, D_i^b)^2$$

El cálculo es posible pero difícil porque el modelo no es una combinación lineal de los coeficientes desconocidos. Por medio de logaritmos se obtiene un modelo lineal:

$$\log V = \log a + b \log D$$

que se ajusta por mínimos cuadrados. Pero la variable que se predice es log V, no V. Los coeficientes a y b obtenidos son tales, que $\log a + b \log D$ es un estimado del promedio de los logaritmos de los volúmenes de los árboles de diámetro D.
La cantidad aD^b es por lo tanto un estimado del promedio geométrico (y no del aritmético) de los volúmenes de los árboles de diámetro D. El promedio geométrico es sistemáticamente menor que el promedio aritmético (ejemplo: los 4 números 3, 4, 7, 10 tienen un promedio geométrico $(3\times4\times7\times10)^{1/4} = 5.38$ y un promedio aritmético $(3+4+7+10)/4 = 6$). Así, una tarifa logarítmica siempre subestima el volumen.
Este inconveniente puede ser parcialmente corregido (ver apéndice A.2.3), pero hay otra desventaja: si se estima con la tarifa, el volumen de un conjunto de N árboles por:

$$a \sum_{i=1}^{N} D_i^b$$

la precisión del estimado no puede conocerse, porque la teoría de la regresión da la precisión de:

$$\sum_{i=1}^{N} \log V_i$$

Es preferible utilizar las tarifas logarítmicas solamente cuando es difícil ajustar un modelo simple donde V aparezca sin transformar.

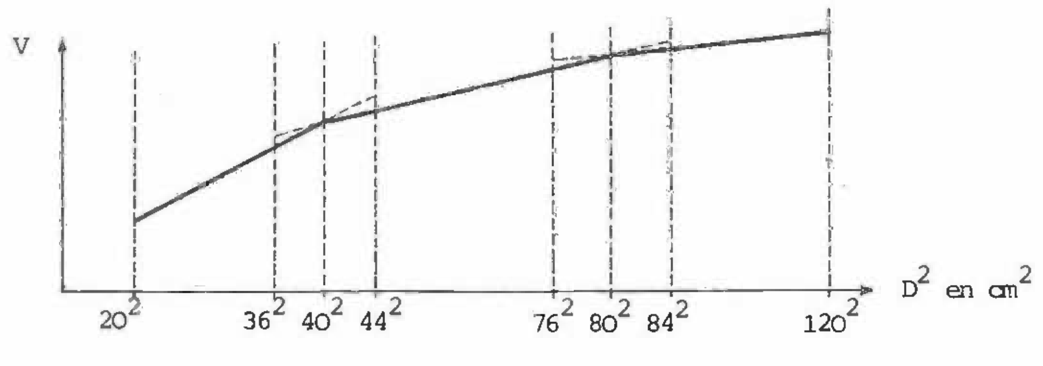
353.13 Ajuste de un modelo por partes.

Si se dificulta ajustar un modelo único que cubra todo el intervalo de los datos (por ejemplo, si es imposible eliminar el sesgo para árboles pequeños y/o grandes), una solución es dividir el intervalo de los datos y ajustar el modelo en cada parte.
Se indican dos maneras de proceder:

(i) Método con varios análisis de regresión.
Con el objeto de que los modelos enlacen bien, se consideran subintervalos con un traslape de un 20%;
Ejemplo: Intervalo de los diámetros de 20 a 120 cm. Al graficar los datos se muestra que:

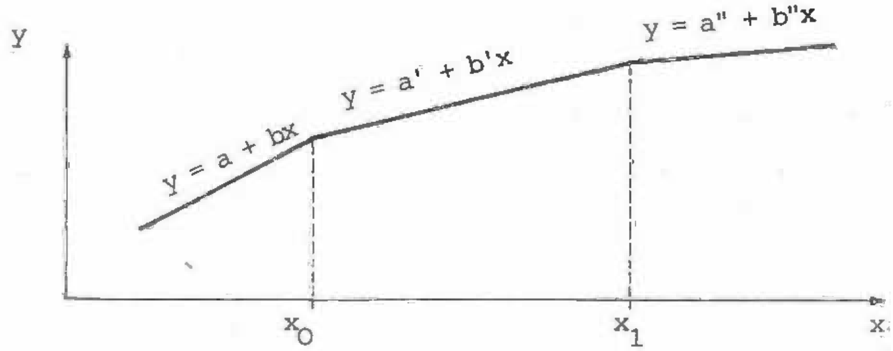
- un modelo $V = a_1 + b_1D^2$ es bueno para árboles con $20 < D < 40$ cm
- un modelo $V = a_2 + b_2D^2$ es bueno para árboles con $40 < D < 80$ cm
- un modelo $V = a_3 + b_3D^2$ es bueno para árboles con $80 < D < 120$ cm.

El primer modelo se ajusta con árboles de $20 < D < 44$ cm, el segundo con árboles de $36 < D < 84$ cm y el tercero con árboles de $76 < D < 120$ cm:



La tarifa está representada por la línea ———— .
Este procedimiento tiene la ventaja de conducir a una serie de ajustes de curvas simples pero tiene el inconveniente de no permitir un cálculo exacto de la varianza residual: es imposible conocer la precisión con la cual la tarifa estima el volumen de un conjunto de árboles. Esta es la razón por la cual el siguiente procedimiento, a pesar de ser un poco más complicado en relación a los cálculos, es más aconsejable:

(ii) Método con un solo análisis de regresión.
Se toma nuevamente el ejemplo anterior:



Para dos valores fijos $x_0 = 40$, $x_1 = 80$, se ajusta el siguiente modelo de cuatro parámetros:

$y = a + bz_1 + b'z_2 + b''z_3$ con

$$z_1 \begin{cases} = x, & \text{si } x \leqslant x_0 \\ = x_0, & \text{si } x \geqslant x_0 \end{cases}$$

$$z_2 \begin{cases} = 0, & \text{si } x \leqslant x_0 \\ = x - x_0, & \text{si } x_0 \leqslant x \leqslant x_1 \\ = x_1 - x_0, & \text{si } x \geqslant x_1 \end{cases}$$

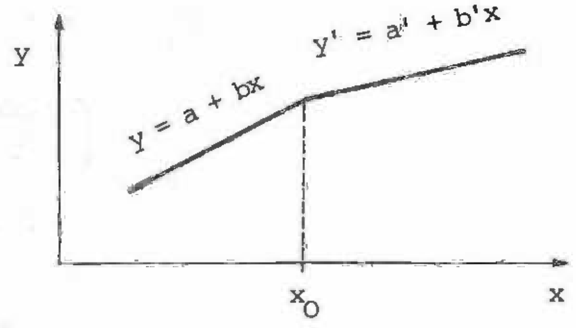
$$z_3 \begin{cases} = 0, & \text{si } x \leqslant x_1 \\ = x - x_1, & \text{si } x \geqslant x_1 \end{cases}$$

Las siguientes relaciones dan los coeficientes a' , a" :

$a' = a + (b - b')\, x_0$ $\qquad$ $a'' = a' + (b' - b'')\, x_1$

<u>Observaciones</u>:

- Para ajustar solamente dos líneas:



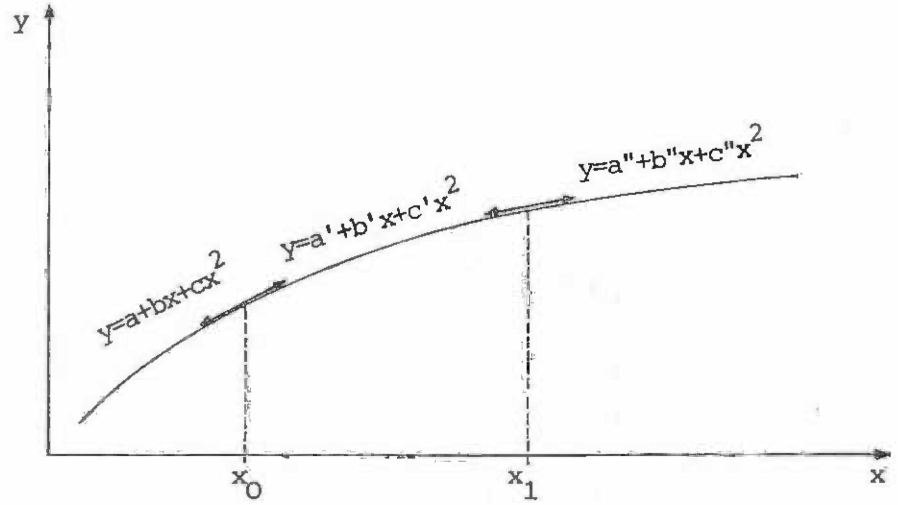
se escoge el valor x_0, y se ajusta el modelo siguiente de tres parámetros:

$$y = a + bz_1 + b'z_2 \quad , \quad \text{con} \quad z_1 \begin{cases} = x & , \text{ si } x \leq x_0 \\ = x_0 & , \text{ si } x \geq x_0 \end{cases}$$

$$z_2 \begin{cases} = 0 & , \text{ si } x \leq x_0 \\ = x - x_0 & , \text{ si } x \geq x_0 \end{cases}$$

a' está dado por: $a' = a + (b - b')\, x_0$

. Para ajustar tres parábolas que sean tangentes en los puntos de unión:



se fijan los valores de x_0 , x_1 y se ajusta el modelo siguiente de 5 parámetros;

$$y = a' + b'z_1 + c'z_2 + cz_3 + c''z_4 \quad , \quad \text{con}$$

$$z_1 = x$$

$$z_2 \begin{cases} = 2xx_0 - x_0^2 & , \text{ si } x \leqslant x_0 \\ = x^2 & , \text{ si } x_0 \leqslant x \leqslant x_1 \\ = 2xx_1 - x_1^2 & , \text{ si } x_1 \leqslant x \end{cases}$$

$$z_3 \begin{cases} = (x_0 - x)^2 & , \text{ si } x \leqslant x_0 \\ = 0 & , \text{ si } x_0 \leqslant x \end{cases}$$

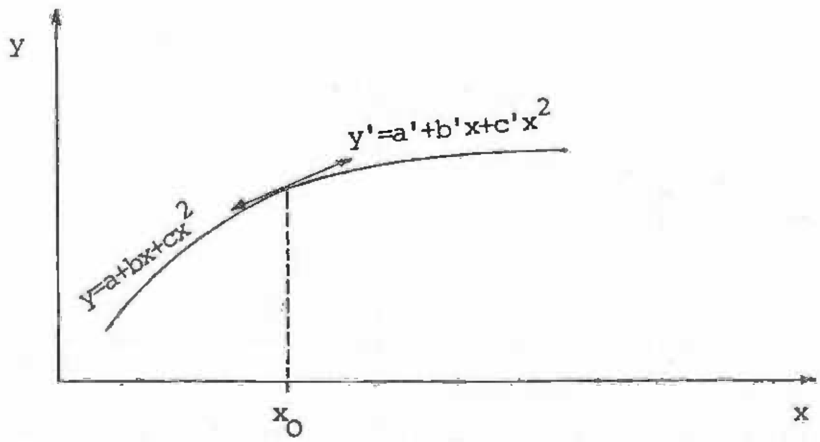
$$z_4 \begin{cases} = 0 & , \text{ si } x \leqslant x_1 \\ = (x - x_1)^2 & , \text{ si } x_1 \leqslant x \end{cases}$$

los otros parámetros están dados por:

$$a = a' + (c-c')\,x_0^2 \quad ; \quad b = b' + 2(c-c')\,x_0 \quad ;$$

$$a'' = a' + (c'-c'')x_1^2 \quad ; \quad b'' = b' + 2(c'-c'')x_1$$

Modelo para ajustar dos parábolas que son tangentes en el punto de unión:



$$y = a + bz_1 + cz_2 + c'z_3 \quad , \quad \text{con} \quad z_1 = x$$

$$z_2 \begin{cases} = x^2 \ , & \text{si} \quad x \leqslant x_0 \\ = x_0(2x-x_0) \ , & \text{si} \quad x \geqslant x_0 \end{cases}$$

$$z_3 \begin{cases} = 0 \ , & \text{si} \quad x \leqslant x_0 \\ = (x-x_0)^2 \ , & \text{si} \quad x \geqslant x_0 \end{cases}$$

$$a' = a + (c - c')\, x_0^2 \quad ; \quad b' = b + 2(c - c')\, x_0$$

353.14 ¿ Regresión ponderada o no ponderada ?.

La regresión debe ser ajustada con ponderaciones cuando la varianza del volumen depende de las variables explicativas. Sin entrar en justificaciones de tipo matemático, esto es necesario con el fin de poder determinar la precisión con la cual la tarifa estima el volumen de un rodal; si la determinación de esta precisión no se considera necesaria y sólo se desea obtener un buen ajuste (es decir, sin sesgo y con pequeños residuales), la ponderación no es esencial.
No es fácil conocer la relación entre la varianza del volumen y las entradas; se necesita una gran cantidad de datos, muchos más de los que usualmente se dispone. Se ha podido constatar, cada vez que han sido colectadas muestras muy numerosas, que la varianza del volumen varía, a menudo muy considerablemente, con el tamaño de los árboles. Esto implica recomendar el uso sistemático de regresión ponderada. Con pocos datos es imposible estimar con precisión la función de ponderación, limitándose a seguir las hipótesis siguientes:

(a_1) Varianza del volumen proporcional a (D^2)
(a_2) Varianza del volumen proporcional a $(D^2)^2$
] Tarifas de una entrada.

(b_1) Varianza del volumen proporcional a (D^2H)
(b_2) Varianza del volumen proporcional a $(D^2H)^2$
] Tarifas de dos entradas.

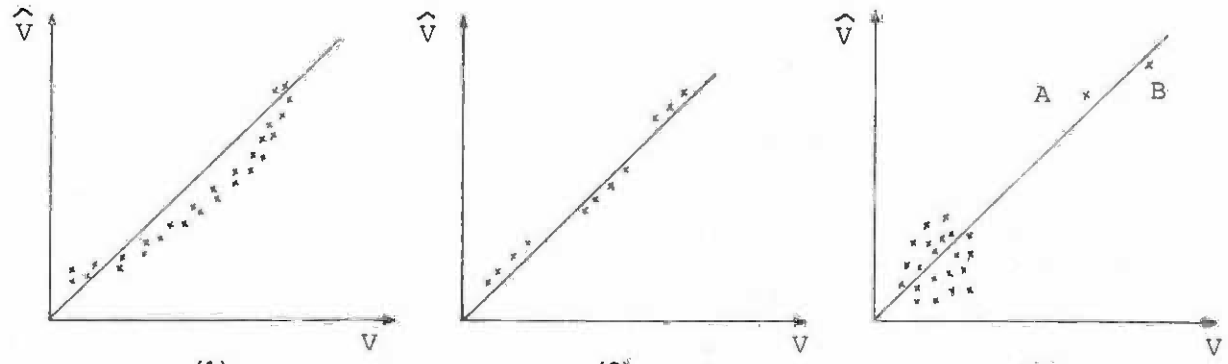
El modelo se ajusta sucesivamente con cada hipótesis y se escoge el mejor ajuste (el que realiza el mejor compromiso entre los requerimientos siguientes: sin sesgo, desviación standard residual pequeña, simplicidad). Este es el principio del programa descrito en la referencia bibliográfica n° 3, que ajusta los 4 modelos siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} V = a + bD^2 \\ V = a + bD + cD^2 \end{array}\right] \text{ bajo las hipótesis } (a_1) \text{ y } (a_2)$$

$$\left.\begin{array}{l} V = a + bD^2H \\ V = a + b\sqrt{D^2H} + c(D^2H) \end{array}\right] \text{ bajo las hipótesis } (b_1) \text{ y } (b_2)$$

353.15 Como juzgar la calidad de una regresión.

No se debe juzgar la calidad de una regresión solamente por el valor numérico del coeficiente de correlación múltiple R (coeficiente de correlación entre V y $\hat{V}$ = V ajustado).
El ajuste puede ser malo y el valor de R elevado: a continuación se muestran tres situaciones típicas de casos así:



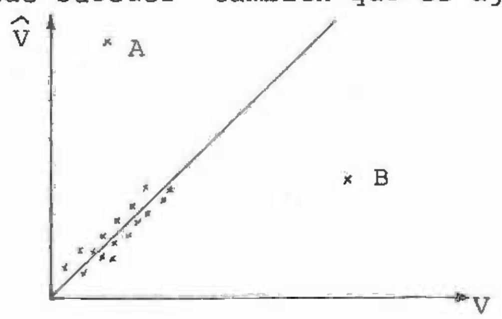
(1) (2) (3)

(1) Modelo sesgado

(2) Muestra no homogénea

(3) Presencia de árboles "anormales" (sin los árboles A y B, R sería bajo)

Puede suceder también que el ajuste sea bueno y R tenga un valor bajo, como, por ejemplo, cuando algunos árboles son "anormales".



Si se eliminan los árboles A y B el ajuste es bueno y el valor de R será elevado.

Existen otras cantidades distintas de R que pueden ser utilizadas: la más usual es la desviación standard del residuo:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(r_i - \bar{r})^2}{n - c}}$$

donde $r_i = V_i - \hat{V}_i$, $\bar{r} = \frac{1}{n} \sum r_i$,
c = número de coeficientes del modelo
n = número de datos (árboles)

y el coeficiente de variación residual:

$$\frac{s}{\bar{V}} \;, \text{ donde } \bar{V} = \frac{1}{n}\sum V_i \; = \text{ promedio de los volúmenes medidos.}$$

(Para un modelo con término constante donde V aparezca sin transformación, el numerador de s toma la forma simple:

$$\sqrt{\sum V^2 - \sum \hat{V}^2}\;, \quad \text{porque} \quad \sum V = \sum \hat{V} \;;\; \sum V.\hat{V} = \sum \hat{V}^2).$$

También puede utilizarse la "desviación global".

$$\frac{\sum V - \sum \hat{V}}{\sum \hat{V}}$$

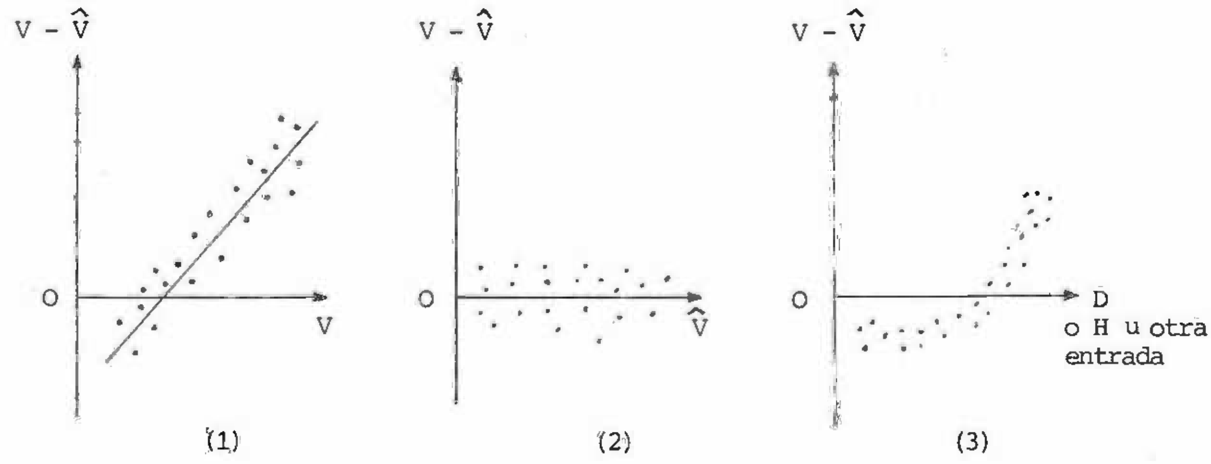
o la "desviación promedio"

$$\frac{\sum |V - \hat{V}|}{\sum \hat{V}}$$

Lo que se dijo para R puede repetirse para cualquiera de estas cantidades: no permiten por sí sólas apreciar por completo la calidad del ajuste. Para juzgar realmente la calidad de una regresión, se procede así:

(i) Dibujar en el mismo gráfico los datos y la curva ajustada. Para tarifas de una entrada, se graficará V contra D; para tarifas de dos entradas se recomienda, independientemente del modelo ajustado, graficar V contra D^2H.

(ii) Cálculo y dibujo de los residuales $V - \hat{V}$. Tres tipos de gráficos son posibles:



Si no hay sesgo, el gráfico (1) está bien equilibrado alrededor de una línea ascendente (la pendiente de la línea de regresión de $V - \hat{V}$ en función de V es $1 - R^2$); en el gráfico (2) los puntos se dispersan alrededor del eje de las abscisas. Si existe un sesgo, el gráfico (3) ayuda a decidir como corregir el modelo (ver apéndice A.2.6).

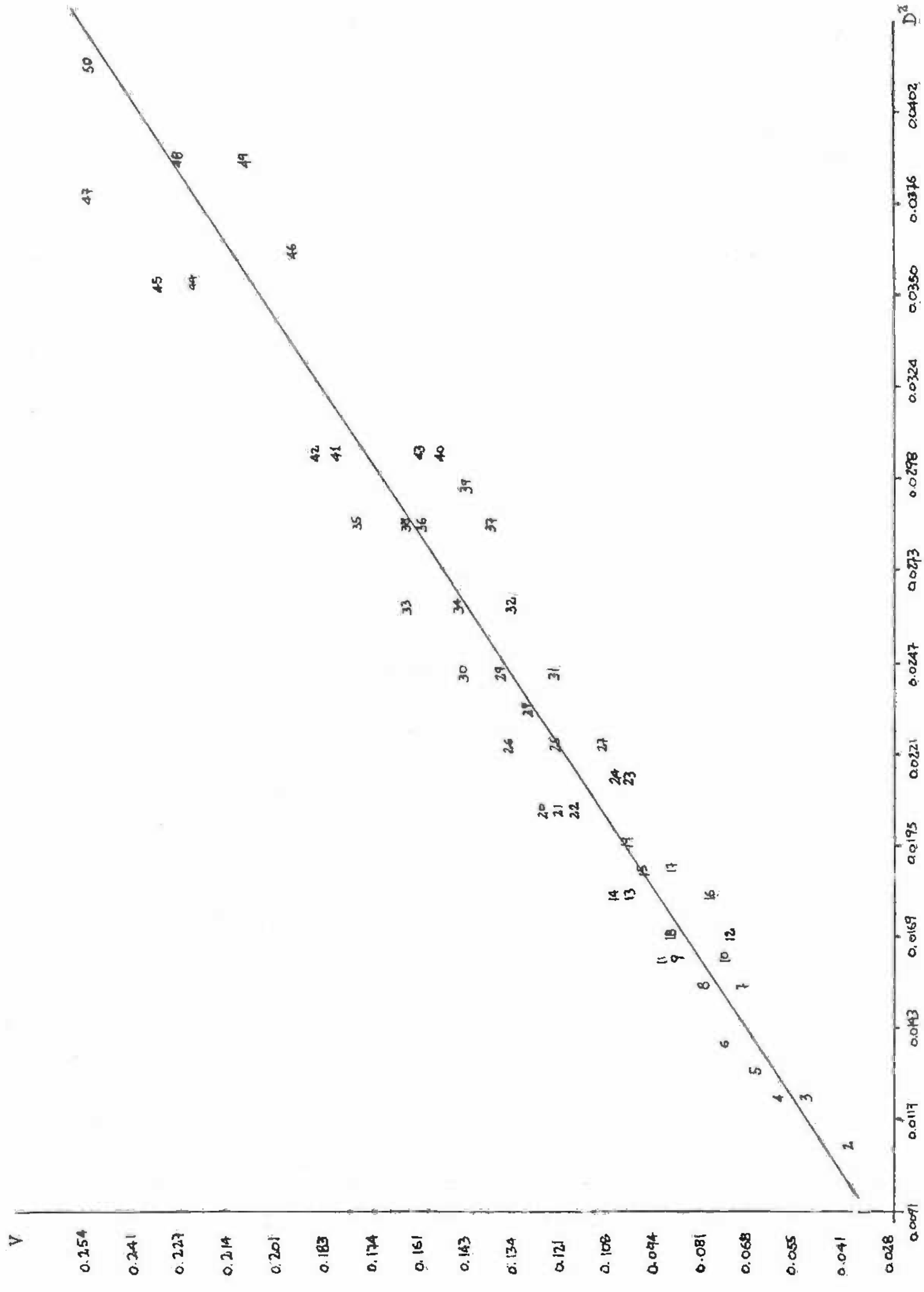
353.2 Ejemplo

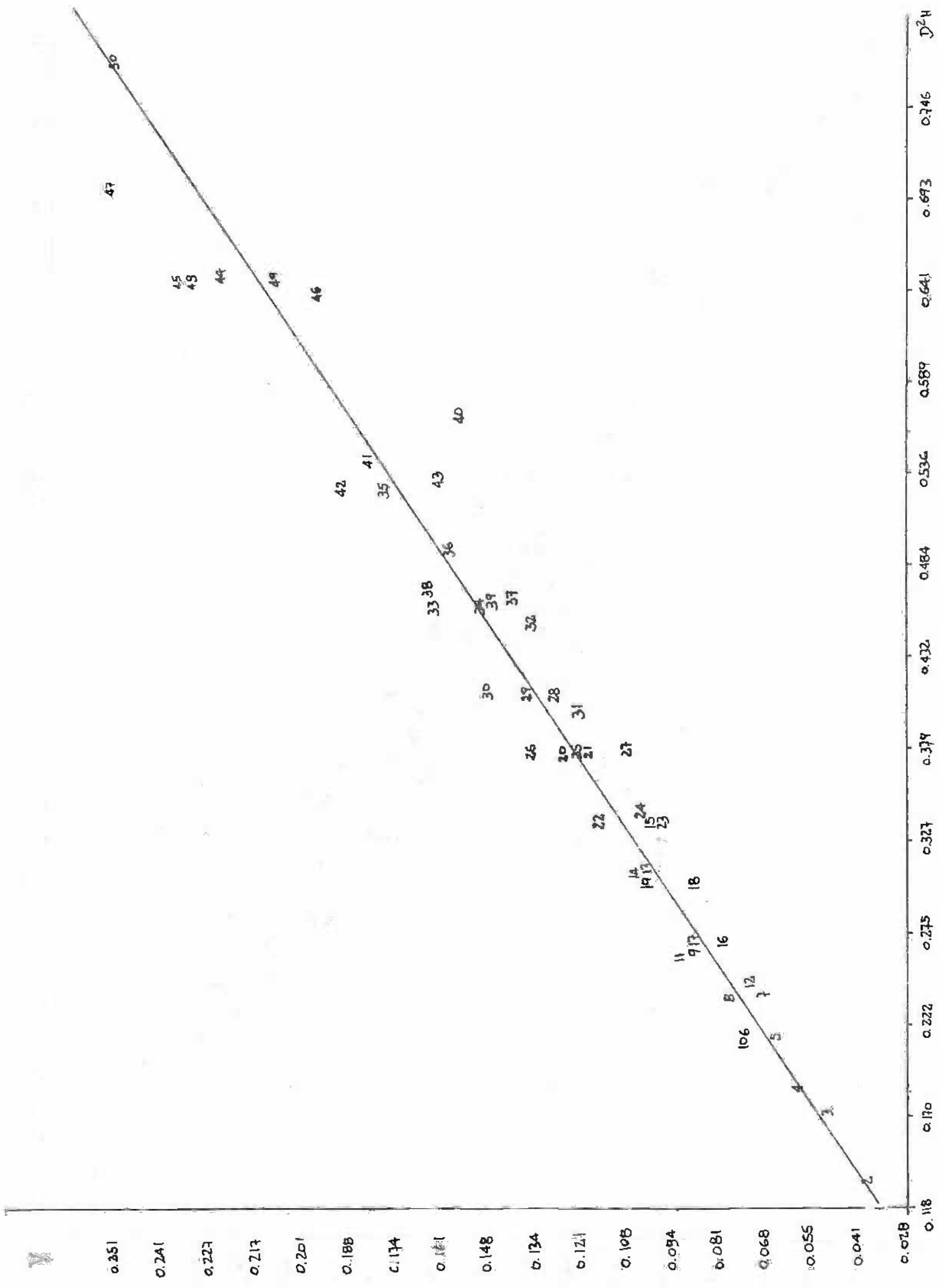
La tabla siguiente contiene el diámetro de referencia, la altura total y el volumen de madera roliiza de 50 árboles:

Arbol n°	D_m	H_m	V_{m3}	Arbol n°	D_m	H_m	V_{m3}
1	0.095	12.90	0.037	26	0.150	17.00	0.135
2	0.105	12.00	0.040	27	0.150	16.90	0.108
3	0.111	14.00	0.052	28	0.153	17.50	0.132
4	0.111	15.00	0.060	29	0.156	17.00	0.138
5	0.115	16.50	0.067	30	0.156	17.00	0.148
6	0.118	15.90	0.075	31	0.156	16.30	0.123
7	0.124	15.40	0.070	32	0.162	17.16	0.135
8	0.124	15.30	0.080	33	0.162	17.50	0.165
9	0.127	16.50	0.090	34	0.162	17.50	0.150
10	0.127	13.00	0.075	35	0.169	18.50	0.180
11	0.127	16.05	0.093	36	0.169	17.30	0.160
12	0.131	14.50	0.074	37	0.169	16.30	0.140
13	0.134	17.40	0.102	38	0.169	16.50	0.165
14	0.134	17.10	0.107	39	0.172	15.70	0.148
15	0.137	18.00	0.100	40	0.175	18.50	0.156
16	0.134	15.00	0.080	41	0.175	17.70	0.184
17	0.137	14.50	0.090	42	0.175	17.30	0.191
18	0.131	17.70	0.090	43	0.175	17.40	0.162
19	0.140	15.50	0.103	44	0.188	18.50	0.225
20	0.143	18.20	0.127	45	0.188	18.50	0.235
21	0.143	18.50	0.120	46	0.191	17.50	0.197
22	0.143	16.50	0.117	47	0.194	18.50	0.256
23	0.146	15.80	0.100	48	0.197	16.50	0.230
24	0.146	16.00	0.105	49	0.197	16.60	0.210
25	0.150	17.00	0.122	50	0.204	18.60	0.254

Se desea construir una tarifa de una entrada (D) y otra de dos (D,H).
Se comienza por representar los datos en función de V y D^2, y en función de V y D^2H. Los números en los gráficos siguientes representan el ordinal de los árboles.
Los gráficos sugieren la validez de los siguientes modelos simples:

$$V = a + bD^2 \quad \text{y} \quad V = a + bD^2H$$


V
0.254
0.241
0.227
0.214
0.201
0.183
0.174
0.161
0.143
0.134
0.121
0.108
0.094
0.081
0.068
0.055
0.041
0.028
0.0091
0.0117
0.0143
0.0169
0.0195
0.0221
0.0247
0.0273
0.0298
0.0324
0.0350
0.0376
0.0402
D²


D²H
0.118
0.222
0.275
0.327
0.379
0.432
0.484
0.536
0.589
0.641
0.693
0.746
0.251
0.241
0.227
0.201
0.188
0.174
0.148
0.134
0.121
0.108
0.094
0.081
0.068
0.055
0.041
0.028

Para ajustar estos modelos por regresión se requiere conocer como varía la varianza de V en función de D^2 y de D^2H. Se calcula la varianza de V para algunos grupos de árboles escogidos de modo tal que D^2 (ó D^2H) sea aproximadamente constante en cada grupo.

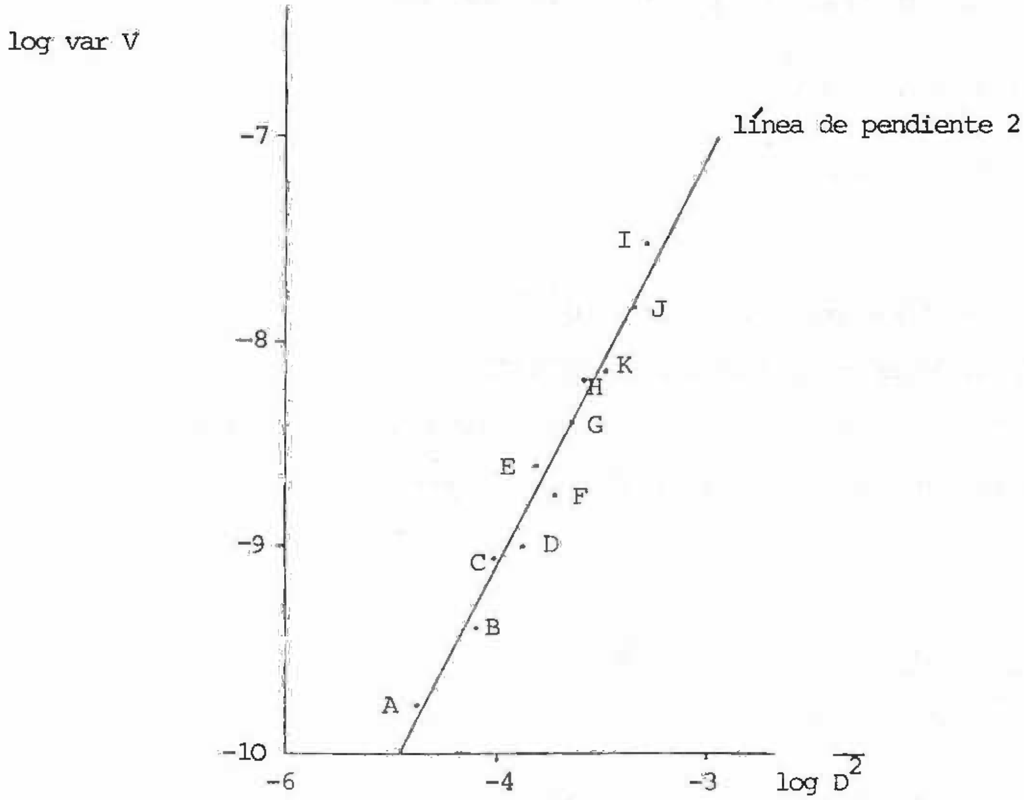
Estudio de la relación entre varianza de V y D^2

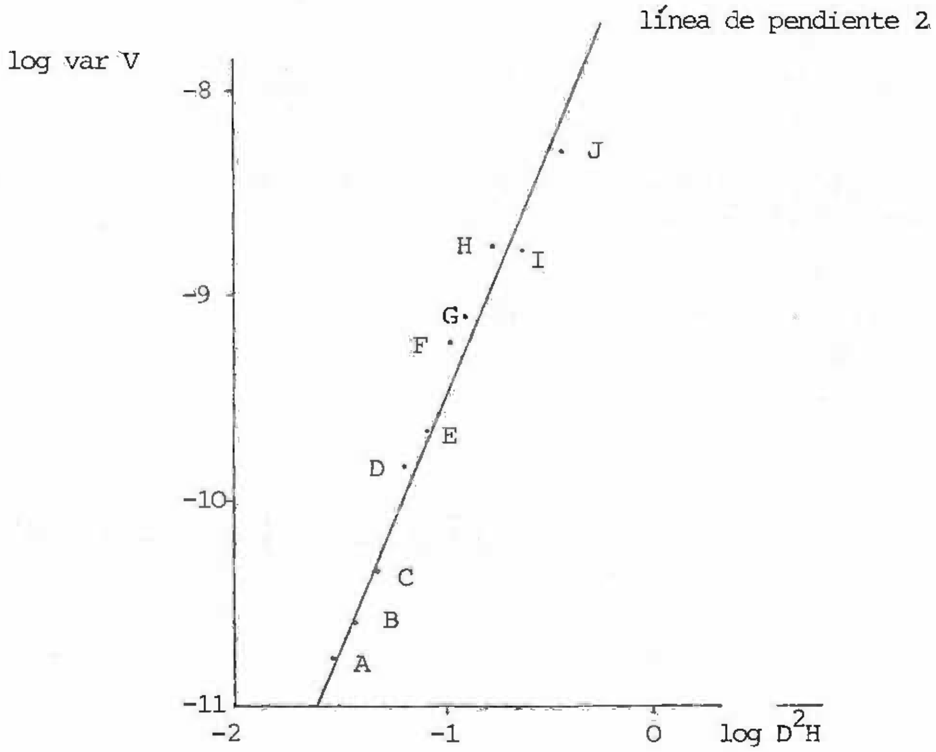
Grupo n°	Arbol n°	$\overline{D^2}$=promedio de D^2	log $\overline{D^2}$	Varianza de V = var V	log var V
A	3 - 4 - 5	0.012652	- 4.370	0.0000563	- 9.784
B	9 - 10 - 11 - 12 - 18	0.016540	- 4.102	0.0000833	- 9.393
C	13 - 14 - 15 - 16 - 17	0.018217	- 4.005	0.0001162	- 9.060
D	20 - 21 - 22 - 23 - 24	0.020886	- 3.869	0.000123	- 9.006
E	25 - 26 - 27	0.022382	- 3.800	0.0001823	- 8.610
F	29 - 30 - 31	0.024327	- 3.716	0.0001580	- 8.751
G	32 - 33 - 34	0.026354	- 3.636	0.000225	- 8.399
H	35 - 36 - 37 - 38	0.028461	- 3.559	0.0002729	- 8.206
I	47 - 48 - 49	0.038532	- 3.257	0.000532	- 7.539
J	44 - 45 - 46	0.0356728	- 3.333	0.000388	- 7.855
K	40 - 41 - 42 - 43	0.030650	- 3.485	0.0002849	- 8.163

Estudio de la relación entre varianza de V y D^2H

Grupo n°	Arbol n°	$\overline{D^2H}$=promedio de D^2H	log $\overline{D^2H}$	Varianza de V = var V	log var V
A	5 - 6 - 10	0.215987	- 1.533	0.0000213	- 10.755
B	7 - 8 - 12	0.240027	- 1.427	0.0000253	- 10.583
C	9 - 11 - 16 - 17	0.266856	- 1.321	0.0000323	- 10.342
D	13 - 14 - 18 - 19	0.305533	- 1.186	0.0000537	- 9.833
E	15 - 22 - 23 - 24	0.339384	- 1.081	0.0000643	- 9.651
F	20 - 21 - 25 - 26 - 27	0.378446	- 0.972	0.0000983	- 9.227
G	28 - 29 - 30 - 31	0.408047	- 0.896	0.000110	- 9.113
H	32 - 33 - 34 - 37 - 38 - 39	0.461998	- 0.772	0.000156	- 8.769
I	35 - 41 - 42 - 43	0.533143	- 0.629	0.0001529	- 8.786
J	44 - 45 - 46 - 48 - 49	0.646497	- 0.436	0.0002443	- 8.317

Los gráficos (log var V, log $\overline{D^2}$) y (log var V, log $\overline{D^2H}$) se hallan en la página siguiente.


log var V
-7
-8
-9
-10
línea de pendiente 2
I
J
K
H
G
E
F
D
C
B
A
-6
-4
-3
log D^2


línea de pendiente 2
log var V
-8
-9
-10
-11
J
H
I
G
F
E
D
C
B
A
-2
-1
0
log D^2H

Estos gráficos muestran que puede asumirse que:

$$\log \operatorname{var} V = \alpha + 2 \log \overline{D^2}$$

$$\log \operatorname{var} V = \alpha' + 2 \log \overline{D^2H}$$

Esto es:

la varianza de V es proporcional a $(D^2)^2$

la varianza de V es proporcional a $(D^2H)^2$.

Para la tarifa de una entrada, la ponderación del árbol i es $w_i = \dfrac{1}{D_i^4}$;

Para la tarifa de dos entradas será $w_i = \dfrac{1}{D_i^4\, H_i^2}$

RESULTADOS

<u>Tarifa de una entrada</u> : $V = a + bD^2$

a, b son los valores que minimizan la cantidad:

$$S = \sum_{i=1}^{n} w_i \, (V_i - a - bD_i^2)^2 , \qquad \text{donde} \quad w_i = \frac{1}{D_i^4}$$

Sustituyendo $y_i = \dfrac{V_i}{D_i^2}$, $x_i = \dfrac{1}{D_i^2}$ $\longrightarrow$ $S = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2$

El problema es ajustar el modelo y = ax + b por el método clásico de los mínimos cuadrados. Se obtiene:

$$a = \frac{\sum xy - \dfrac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \dfrac{(\sum x)^2}{n}} = -0.02464$$

$$b = \overline{y} - a\overline{x} = 6.5916$$

$$\text{VR (varianza residual)} = \frac{1}{n-2} \left\{ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} - a \left[\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n} \right] \right\}$$

$$= 0.27501$$

$$\text{var } a = \frac{VR}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}} = 0.0000169$$

$$\text{var } b = \frac{VR}{n} + \bar{x}^2 \text{ var } a = 0.04483$$

$$\text{cov } (a,b) = - \bar{x} \text{ var } a = - 0.0008153$$

El volumen de un rodal de N árboles a los cuales se les ha medido D, puede ser estimado por:

$$V_{TOT} = N a + b \sum_{i=1}^{N} D_i^2$$

El intervalo de confianza de V_{TOT}, al nivel 0.95, es:

$$V_{TOT} \pm 2 \sqrt{\text{var } V_{TOT}}$$

con: $\text{var } V_{TOT} = N^2 \text{ var } a + \alpha^2 \text{ var } b + 2N\alpha \text{ cov}(a,b) + \beta(VR)$

donde: $\alpha = \sum_{i=1}^{N} D_i^2 \; ; \; \beta = \sum_{i=1}^{N} D_i^4$

Tarifa de dos entradas: $V = a + bD^2H$

a, b son los números que minimizan la cantidad:

$$S = \sum_{i=1}^{n} w_i \, (V_i - a - bD_i^2 H_i)^2, \text{ donde } w_i = \frac{1}{(D_i^2 H_i)^2}$$

Si $y_i = \frac{V_i}{D_i^2 H_i}$; $x_i = \frac{1}{D_i^2 H_i}$, S puede expresarse como:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2$$

Así, el modelo $y = ax + b$ se ajusta por el método clásico de los mínimos cuadrados. Se obtiene:

$$a = -\ 0.003609$$

$$b = \ 0.33677$$

$$\text{var } a = \ 0.000004922$$

$$\text{var } b = \ 0.00005569$$

$$\text{cov } (a,b) = -\ 0.0000149$$

$$VR = \ 0.000533$$

El volumen de un rodal de N árboles a los cuales se les ha medido D y H, puede estimarse por:

$$V_{TOT} = Na + b \sum_{i=1}^{N} D_i^2 H_i$$

El intervalo de confianza de V_{TOT}, al nivel 0.95, es:

$$V_{TOT} + 2 \sqrt{\text{var } V_{TOT}}$$

con : $\text{var } V_{TOT} = N^2 \text{ var } a + \alpha^2 \text{ var } b + 2N\alpha \text{ cov } (a,b) + \beta (VR)$

donde: $\alpha = \sum_{i=1}^{N} D_i^2 H_i$ y $\beta = \sum_{i=1}^{N} D_i^4 H_i^2$.

Los 3 gráficos de la página siguiente se refieren a la tarifa de dos entradas y muestran que la tarifa es correcta: los residuales no tienden a variar sistemáticamente ni con V, ni con D, ni con H.

36 CONCERNIENTE A LOS VOLUMENES BAJO CORTEZA

361 Espesor de la corteza y diámetro

El factor de corteza k es el cociente entre el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza:

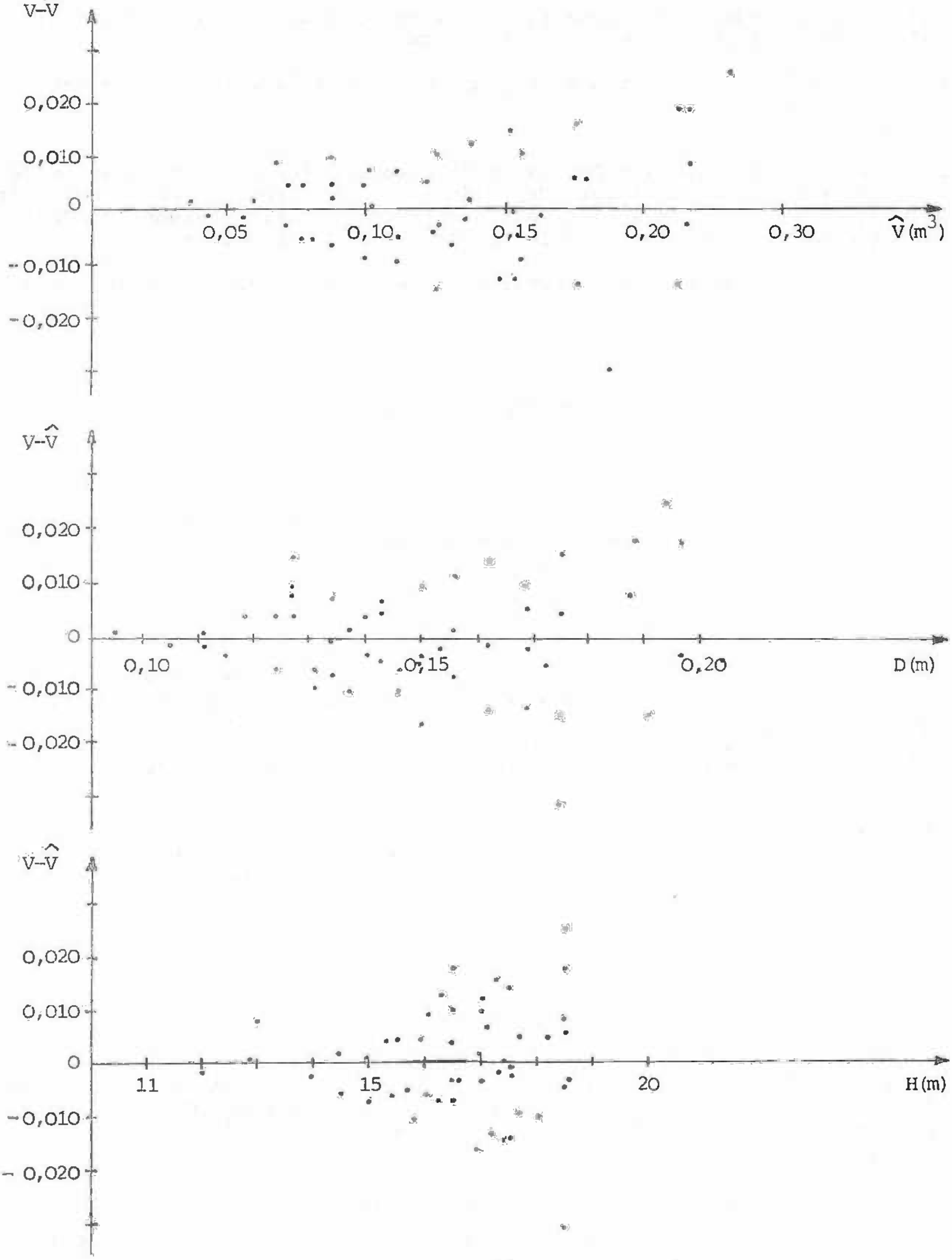
$$k = \frac{D_{cc}}{D_{sc}} = 1 + \frac{2\ c}{D_{sc}} = \frac{1}{1 - \frac{2\ c}{D_{cc}}}$$

D_{cc} = diámetro con corteza

D_{sc} = diámetro sin corteza

c = espesor de la corteza en un radio (simple)

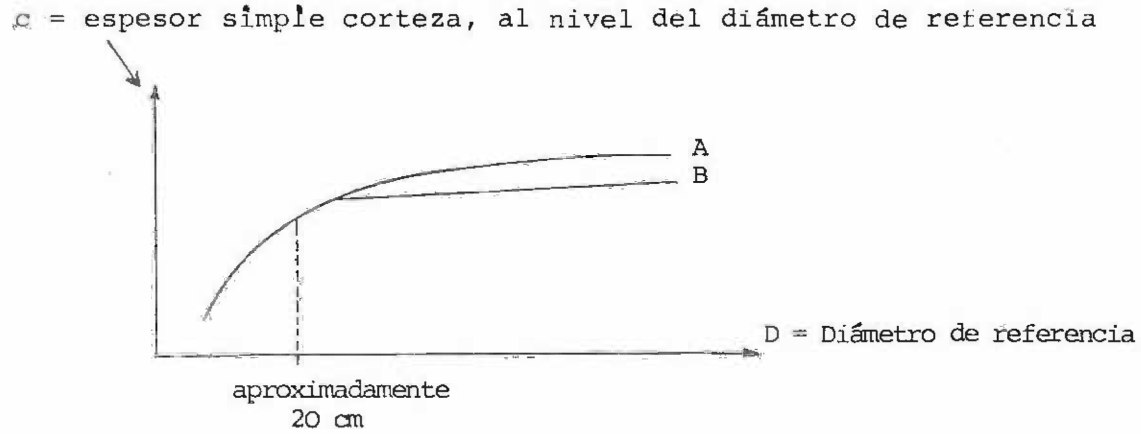
El espesor de la corteza tiende a decrecer del pie al tope del árbol pero no es posible dar una fórmula general para esta tendencia que debe ser estudiada en cada caso.
Algunas veces k permanece constante desde el pie al tope del árbol: el espesor de la corteza es entonces proporcional al D_{cc} (y por consiguiente el D_{sc}),


V-V̂
0,020
0,010
0
-0,010
-0,020
0,05
0,10
0,15
0,20
0,30
V̂ (m³)
V-V̂
0,020
0,010
0
-0,010
-0,020
0,10
0,15
0,20
D (m)
V-V̂
0,020
0,010
0
-0,010
-0,020
11
15
20
H (m)

pero puede suceder que, desde el pie al tope, k disminuya al principio, después permanezca constante y al final aumente.

En general $\frac{2\,c}{D_{cc}}$ varía entre el 6 y el 10 %; k varía por lo tanto entre 1.06 y 1.12.

En muchos casos (medición óptica en árboles en pie) sólo se dispone de un espesor de corteza (a la altura del diámetro de referencia) por árbol. Para ver si el espesor de corteza al nivel de referencia varía sistemáticamente con el diámetro de referencia, se comienza por plotear los datos:



La nube de puntos a menudo tiene la forma de la curva A: el espesor de la corteza se incrementa curvilíneamente para diámetros pequeños y después más lentamente; a veces, el espesor de la corteza permanece prácticamente constante para diámetros sobre algun valor (curva B), pero la relación rara vez es muy marcada. Los modelos más utilizados para describir esta relación son:

(1) $c = a_0 + a_1 D$

(2) $c = \frac{D}{a_0 + a_1 D}$

(3) $c = a_0 D^{a_1}$ $(a_1 < 1)$

c = espesor simple de la corteza al nivel del diámetro de referencia

D = diámetro de referencia

Debe observarse que el uso de estas fórmulas para estimar el espesor de la corteza a diferentes alturas de un árbol, conociendo los diámetros a dichas alturas, es un procedimiento incorrecto en principio porque esto supone darles a las variables de la fórmula una significación diferente a sus definiciones.

362 Volumen con corteza - volumen sin corteza

362.1 La proporción de corteza es el cociente entre el volumen de la corteza y el volumen del árbol con corteza.

$$P = \frac{V_c}{V_{cc}} = 1 - \frac{V_{sc}}{V_{cc}} = \frac{\frac{V_{cc}}{V_{sc}} - 1}{\frac{V_{cc}}{V_{sc}}}$$

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{Volumen} \\ \text{con cort.}}}{V_{cc}} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Volumen} \\ \text{sin cort.}}}{V_{sc}} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Volumen de la} \\ \text{corteza}}}{V_c}$$

Para cada tipo de volumen le corresponde una proporción de corteza. La más utilizada es la relativa al volumen del fuste.
En un árbol dado, la relación entre P y k depende del volumen considerado, y de la variación de k con la altura de medición.
Para dar una idea de la forma de esta relación, se supone que el factor mórfico del fuste es el mismo con y sin corteza, lo cual da:

$$\frac{V_{cc}}{g_{cc} \times H} = \frac{V_{sc}}{g_{sc} \times H} \qquad (g = \text{área basal})$$

Así:

$$(4) \quad P = 1 - \frac{g_{sc}}{g_{cc}} = 1 - \frac{1}{k^2} = \frac{2\,c}{D_{cc}} \left[2 - \frac{2\,c}{D_{cc}} \right]$$

(ejemplo: $\frac{2\,c}{D_{cc}} = 8\% \longrightarrow k = 1.087 \longrightarrow P = 15.4\%$)

362.2 <u>Conversión de volumen con corteza a volumen sin corteza</u>

Si en un conjunto de árboles se han medido los volúmenes con y sin corteza, un primer método es calcular dos tarifas:

$$V_{cc} = f\ (D_{cc}) \qquad \text{ó} \qquad f\ (D_{cc},\ H)$$

$$V_{sc} = f\ (D_{cc}) \qquad \text{ó} \qquad f\ (D_{cc},\ H)$$

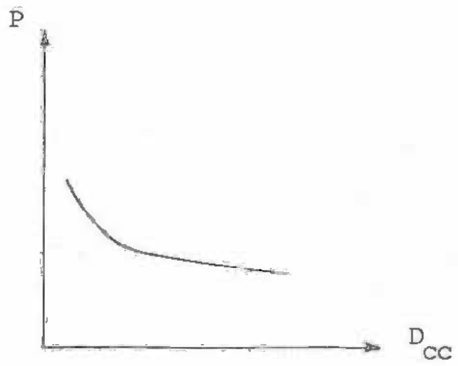
controlando que V_{sc} sea siempre menor que V_{cc}, pues las líneas de regresión pueden cruzarse.

El siguiente método es más utilizado:

- Calcular la tarifa sobre corteza:

$$V_{cc} = f\ (D_{cc}) \quad ó \quad V_{cc} = f\ (D_{cc},\ H)$$

- Ajustar una fórmula que relacione proporciones de corteza con las entradas de la tarifa. En general, la proporción de corteza se relaciona solamente con el diámetro de referencia:



Los modelos siguientes

$$P = a_0 + \frac{a_1}{D_{cc}} + \frac{a_2}{D_{cc}^2}$$

(consecuencia de (1) y (4)),

$$P = a_0\ e^{-a_1 D_{cc}}$$

son a menudo apropiados.

- Utilizar la siguiente expresión para tarifas de volúmenes sin corteza:

$$V_{sc} = (1 - P)V_{cc}$$

Ejemplos:

$$\left.\begin{array}{l} V_{cc} = a_0 + a_1 D^2 \\ \\ P = a_2 + \dfrac{a_3}{D} + \dfrac{a_4}{D^2} \end{array}\right\} \longrightarrow \quad V_{sc} = \left[1 - a_2 - \frac{a_3}{D} - \frac{a_4}{D^2} \right] (a_0 + a_1 D^2)$$

$$\left.\begin{array}{l} V_{cc} = a_0 + a_1 D^2 \\ \\ P = a_2\ e^{-a_3 D} \end{array}\right\} \longrightarrow \quad V_{sc} = \left[1 - a_2\ e^{-a_3 D} \right] (a_0 + a_1 D^2)$$

En las fórmulas anteriores se emplea D por D_{cc}.

4 ESTIMACION DE VOLUMENES UTILES

Las mediciones que se hacen en el campo en árboles en pie o apeados suministran principalmente volúmenes brutos: los datos suplementarios que se colectan (perforaciones en el fuste para detectar huecos, observaciones de defectos aparentes...) pueden dar solamente indicaciones sobre los volúmenes útiles. El conocimiento del volumen útil requiere efectuar observaciones en los lugares donde se manufactura la madera.
A continuación se presenta un ejemplo del procedimiento seguido en bosques densos tropicales (ref. 17) que permite, en el supuesto de que se lleve a cabo por completo, convertir volumen bruto del fuste en volumen útil.

41 UN EJEMPLO DEL METODO APLICADO EN BOSQUES DENSOS TROPICALES

411 Obtención de los datos

El procedimiento consta de dos fases.

411.1 En la región inventariada se hacen observaciones cualitativas en los árboles en pie con el fin de clasificar el volumen bruto del fuste en diferentes fracciones correspondientes a calidades de madera en pie.
El fuste de cada árbol se divide virtualmente en 3 partes de igual longitud y cada parte recibe tres notas (estas notas van de 1 a 5, ver página siguiente) que describen respectivamente: la forma del fuste, su aspecto sanitario y el aspecto de la madera. Las tres notas dadas a cada tercio del fuste se combinan en una sola, del 1 al 5, de acuerdo a la tabla siguiente:

Notas dadas a cada tercio del fuste: Forma F	Aspecto Sanitario S	Aspecto de la madera M	Nota global del tercio del fuste
1	1	1	1
1	1	2	
2	1	1	
2	1	2	
1	2	1	2
2	2	1	
1	2	2	
2	2	2	
1	1	3	
1	2	3	
2	1	3	
2	2	3	
3	1	1	
3	1	2	
3	2	1	
3	1	3	
3	2	2	
3	2	3	

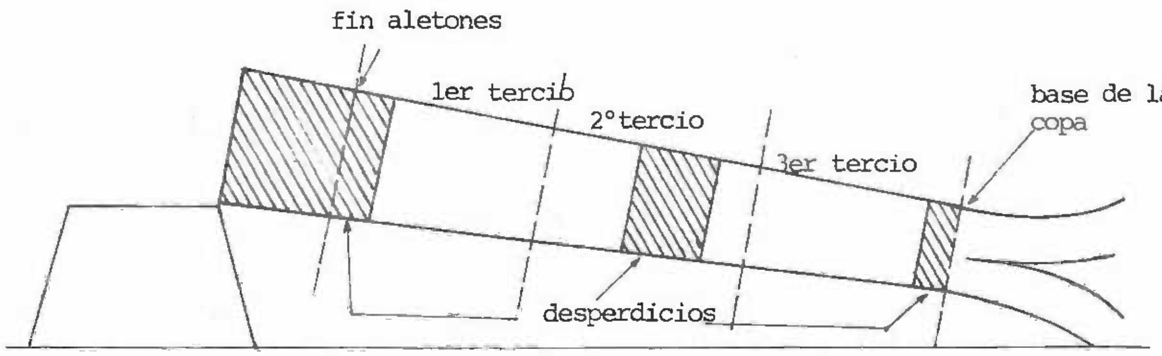
Notas dadas a cada tercio del fuste: Forma F	Aspecto Sanitario S	Aspecto de la madera M	Nota global del tercio del fuste
1	3	1	3
1	3	2	
2	3	1	
1	3	3	
3	3	1	
2	3	2	
2	3	3	
3	3	2	
3	3	3	
un 4 en la tercera columna			
Cualquier combinación con uno o varios 4 (excepto en la tercera columna)			4
Cualquier combinación con uno o varios 5			5

Notas	1	2	3	4	5
FORMA F	Recto y cilíndrico	1 ligera curvatura Forma cónica Sección ovalada 1 superficie tangencial en el fuste 1 ligera ranura 2 ó 3 superficies tangenciales en los aletones	1 curvatura pronunciada Forma cónica + sección ovalada 2 ó 3 superficies tangenciales 2 curvaturas ligeras Aletones extendidos 2 ranuras pequeñas	1 curvatura pronunciada + aletones extendidos o más una ranura de 2 m o más 2 ó 3 superficies tangenciales aletones extendidos + 1 ranura de 2 m + 2 ó 3 sup. tangenciales 2 curvaturas pronunciadas 1 curvatura pronunciada + 1 curvatura ligera 1 protuberancia alargada	Sección acanalada Sección con 2 ó más protuberancias alargadas 1 codo 1 "bayoneta" 1 ranura profunda de 2 m
ASPECTO SANITARIO S	Sano (sin brotes, ni nudos)	1 brote grande	2 brotes grandes 1 mancha oscura	Más de 2 brotes grandes 1 rama partida 1 agujero de pájaro carpintero	Visible pudrición en la base 1 nudo podrido Sonido hueco del fuste
ASPECTO DE LA MADERA M	Grano recto y sin defectos (sin espinas, ni astillas, ni cicatrices, ni excrecencias, etc...)	Grano irregular (ligeras protuberancias alargadas en todas las direcciones) 1 cicatriz 1 ligero abultamiento Espinas visibles Ligeras torceduras localizadas Corteza levantada en varios lugares	Ligeras torceduras $< 15°$ 2 ó 3 abultamientos o grandes nudos cicatrizados Varias cicatrices	Ligeras torceduras ($< 15°$) + ligeros abultamientos Más de 3 abultamientos en nudos cicatrizados	Grano espiral $> 15°$ Superficie abultada

Como promedio, el volumen del fuste se distribuye entre los tercios determinados por la altura en las proporciones: 44% para el tercio inferior, 33% para el tercio central y 23% para el superior. Con estos datos, el volumen bruto del fuste puede ser distribuído en las 5 clases de calidad aparente.

411.2 Las 5 calidades determinadas por los defectos visibles en los árboles en pie en la primera fase sólo dan una evaluación aproximada de la calidad de la madera. La segunda fase tiene lugar en las compañías madereras cercanas a la región inventariada. Las observaciones de calidad se hacen en los árboles antes de su tumba; después de derribados, la evaluación de cada tercio del fuste es la siguiente:

a/ Medición de las partes dejadas eventualmente en el bosque antes de las operaciones de arrastre por el tractor: desperdicios debidos a despuntes, para eliminar grandes defectos en la parte central del fuste o en la parte del tocón, etc.



b/ Medición de los desperdicios dejados en el área de carga después del arrastre.

c/ Si es posible, medición de las partes dejadas en los aserraderos, o antes del embarque, en caso de exportaciones.

Es fácil de comprender que la realización de estas operaciones es difícil y requiere de empleados a tiempo completo durante algunos meses. La operación c/ a menudo es imposible de realizarla.

412 Análisis de los datos

412.1 Si sólo se han efectuado las operaciones a/ y b/, es posible estimar para cada una de las 5 clases aparentes de calidad, la proporción del volumen que se extrae del bosque.

Ejemplo: Región SIBITI ZANAGA (República Popular del CONGO). Okoumé (Aucoumea Klaineana) explotado para chapas en Pointe Noire:

76 árboles observados.

Calidad aparente	1	2	3	4	5	Total
Distribución del volumen del fuste de los 76 árboles	42.9%	35.1%	12.9%	1.7%	7.4%	100%
Porcentaje de volumen extraído del bosque	73.6%	56.7%	10.6%	9.0%	25.8%	
$\frac{\text{Volumen extraído del bosque}}{\text{Volumen bruto en pie}}$ (todas las calidades)	31.6%	20.0%	1.4%	0.2%	1.9%	55%

0.316 = 0.429 x 0.736

El coeficiente de comercialización global es 55 %; representa la razón:

$$\frac{\text{Volumen extraído del bosque}}{\text{Volumen en pie}}$$

Supóngase que las observaciones cualitativas hechas en N árboles durante el inventario del bosque dan las siguientes cifras:

Calidad aparente	1	2	3	4	5	Total
Distribución del volumen de los fustes de los N árboles	50%	30%	8%	2%	10%	100%

Si este bosque va a ser explotado con el mismo propósito y de la misma manera, el porcentaje de comercialización puede estimarse:

(0.50 x 0.736) + ... + (0.10 x 0.258) = 57.4 %.

412.2 Si se efectúa la operación c/ es posible clasificar el volumen en diferentes categorías (exportación de trozas, aserrío local,...).

42 ESTIMACION DEL VOLUMEN UTIL POR UNA TARIFA

El procedimiento directo es: derribo de una muestra de árboles, medición del volumen útil V_u y construcción de una tarifa $V_u = f(D)$ o $V_u = f(D,H)$. Esto rara vez puede hacerse porque el tamaño necesario de la muestra es mucho mayor que para una tarifa de volumen bruto, pues la variabilidad de los defectos internos se agrega a la variabilidad de la forma de los árboles.
Un procedimiento indirecto que se puede seguir en la práctica es:

(a) Con una muestra de árboles, se construye una tarifa que suministre el volumen bruto V.

(b) Tumba de un conjunto de árboles (si posible pertenecientes a la muestra), medición del volumen bruto V y del volumen útil V_u y cálculo para cada árbol de la razón:

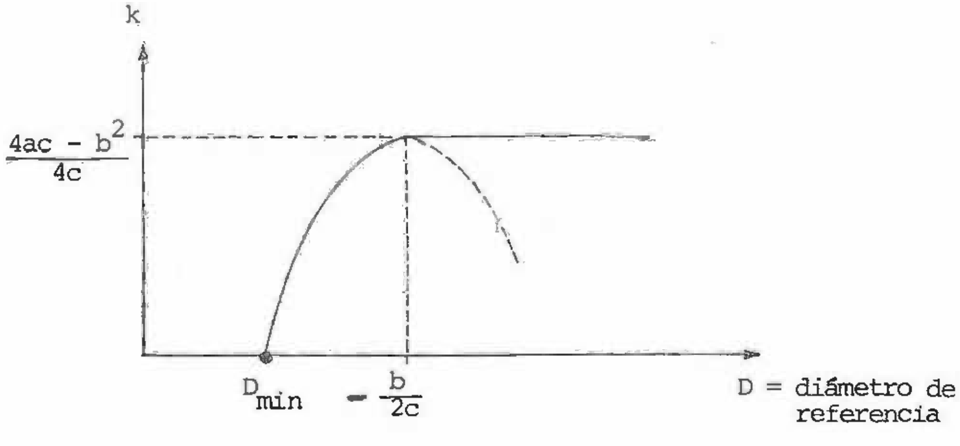
$$k = \frac{V_u}{V}$$

(c) Con estas razones, ajustar un modelo en el cual k sea función de las entradas de la tarifa; en general se toma como modelo una función solamente de D.

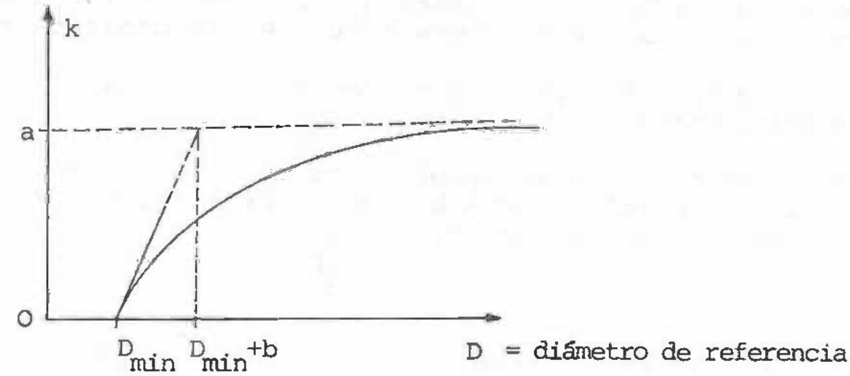
Primer ejemplo: $k = a + bD + cD^2$; esta parábola comienza en un punto donde el diámetro de referencia es igual al diámetro mínimo de una troza comercial, $D = D_{min}$

$$D_{min} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2c}$$

Para $D = -\frac{b}{2c}$, la parábola alcanza su máximo. La parte descendente de la curva no se utiliza, sino que se reemplaza por una línea horizontal.



Segundo ejemplo: $$k = a\left[1 - e^{\frac{D_{min} - D}{b}}\right]$$



(d) Tomar para la "tarifa de volumen útil" la expresión $V_u = k\ V$, donde V es la función establecida en (a) y k la función establecida en (c).

BIBLIOGRAFIA SUCINTA DE LA PARTE I

1 Boneva L.I., Kendall D. and Stefanov I.-1971- Spline transformations: three new diagnostic aids for the statistical data-analyst. Journal of the Royal Statistical Society Vol 33 pl-71.

2 Bouchon J. - 1974- Les Tarifs de Cubage - Ecole Nationale du Génie Rural des Eaux et Forêts - 19, avenue du Maine - 75732 PARIS CEDEX 15 (texto en francés solamente).

3 Cailliez F. et Blanc N. - 1979 - Description du programme de calcul de tarifs de cubage d'arbres - Note n° 17 - Centre Technique Forestier Tropical - 45Bis, avenue de la Belle Gabrielle - 94130 NOGENT SUR MARNE, France. Documento interno que puede ser enviado gratuitamente por petición. Texto francés solamente. Descripción detallada de un programa usado por el CTFT. Exposición matemática. Listado FORTRAN y guía del usuario. Ejemplo.

4 Draper N.R. and Smith H. - 1966- Applied Regression Analysis.Edit.J.Wiley. Exposición matemática completa de alto nivel.

5 Freese F. -1964- Linear Regression Methods for Forest Research - USDA Forest Service Research Paper - FLP17. Pequeño manual muy claro sobre técnicas de regresión.

6 Husch B., Miller C.I. and Beers T.W. - 1971 - Forest Mensuration - The Ronald Press Co., New York. Libro de texto de dendrometría conteniendo 4 capítulos de inventario forestal.

7 Lanly J. P. -1977 - Manual of forest inventory - FAO - Rome. Versiones en inglés, francés y español. Principalmente dedicado a inventarios en bosques heterogéneos tropicales; libro útil para la dendrometría de aquellos bosques.

8 Letouzey R. -1969- Manual de Botanique Forestière - Afrique Tropicale - 3 fascicules. Centre Technique Forestier Tropical - 45Bis, avenue de la Belle Gabrielle - 94130 NOGENT SUR MARNE, France. El fascículo I contiene una descripción completa (en términos cualitativos) de la morfología del árbol.

9 Loetsch F. and Haller K. E. -1964- Forest Inventory - Vol. 1

Loetsch F., Zöhrer F. and Haller K. E.-1973- Forest Inventory - Vol.2 BLV Verlagsgesellschaft - München -Bern-Wien. Aunque dedicado principalmente al inventario forestal, estos dos libros muy completos contienen importantes desarrollos sobre problemas dendrométricos. Numerosas referencias a los trópicos.

10 Mackay E. -1964- Dasometría - Escuela Superior de Ingenieros de Montes- Madrid (en español). Numerosos estudios geométricos, pero sin referencia a los trópicos y sin bibliografía.

11 Matern B. -1956- On the geometry of the Cross-Section of a Stem- Meddellanden Frän - Statens Skogsforskninginstitut.Band 46. NR 11. Artículo sobre el estudio matemático de la sección del

tallo. Consecuencias prácticas.

12 Pardé J. -1961- Dendrométrie - Ecole Nationale des Eaux et Forêts - 14 rue Girardet - 54032 Nancy - France (texto en francés). A pesar de ser un poco antiguo, libro de texto muy útil y práctico. De lectura fácil. Pocas referencias a los trópicos.

13 Prodan M. -1965- Holzmesslehre - J.D. Sauerländer's Verlag-Frankfurt am Main (en alemán). Libro muy completo sobre dendrometría, construcción de tarifas y estimación del incremento. Numerosas referencias bibliográficas.

14 Prodan M. -1968- Forest Biometrics - Pergamon Press (Traducción al inglés de Forstliche Biometrie - 1961). Ilustración con problemas forestales de numerosas técnicas estadísticas. Muchas explicaciones numéricas.

15 Snedecor G.W. and Cochran W.G. -1967- Statistical Methods (sexta edición) Versiones en inglés, francés y español. Manual de referencia. Sin interés particular en lo forestal.

ESTIMACION DE LA CALIDAD DE LA MADERA

Además de los manuales de dendrometría citados anteriormente, se pueden mencionar:

16 IUFRO, Section 25 - 1969 - Comunicaciones de la reunión celebrada en Reinbek por el grupo de trabajo "problemas dendrométricos en inventarios forestales tropicales". Mitt. Bundesforsch. anst. f. Forest - und Holzw. Komm. verl.Max Wiedebusch, Hamburgo. Resumen de las discusiones sostenidas y trabajos básicos enviados a esta reunión que se centró en la evaluación de la calidad y estudios de reconocimiento.

17 Centre Technique Forestier Tropical - Revue Bois et Forêts des Tropiques - n°129 - 1970 "Estimation des volumes commercialisables dans les inventaires forestiers tropicaux par sondages"-Lanly J.P.et Lepitre C.

18 C.F.I. - University of Oxford - Department of Forestry - 1977. Apéndices a "A manual on species and provenances research with particular reference to the tropics". Tropical Forestry Papers n°10 A.