

## 4 ESTIMAÇÃO DAS TAXAS DE MORTALIDADE

No Capítulo 3 tratou-se do estudo do crescimento, o aspecto positivo na dinâmica de um manancial de peixes, neste capítulo trata-se da parte negativa do crescimento, a mortalidade (ver Fig. 1.3.1.1). Da mesma forma que o crescimento, a mortalidade será descrita com a ajuda de um modelo matemático e uma série de parâmetros. Os parâmetros mais importantes usados neste caso são conhecidos como "taxas de mortalidade".

Define-se o conceito de mortalidade e introduz-se alguns dos métodos utilizados para estimar as taxas de mortalidade, que requerem a existência de dados obtidos por amostragens aleatórias e representativas de uma determinada parte da população, nomeadamente a parte explorada. Estes métodos não requerem informações sobre o total capturado, mas por outro lado, não fornecem estimações do tamanho da população. Os métodos que abordam esses aspectos serão introduzidos no Capítulo 5.

A forma mais fácil de descrever as variações em número, de um manancial é seguir no tempo a evolução de um grupo de peixes nascidos aproximadamente na mesma época, uma coorte. Devemos considerar que a mortalidade de uma coorte inclui a mortalidade causada pela pesca e a devido a todas as outras causas, que, em conjunto, compõem a "mortalidade natural". Esta última inclui a predação, doenças e morte devido à velhice.

### 4.1 CONCEITO DE UMA COORTE E ALGUMAS NOTAÇÕES BÁSICAS

Uma "coorte" é um conjunto de peixes, todos de aproximadamente da mesma idade e pertencendo ao mesmo manancial (ver Secção 1.3.1). Os conceitos de "dia de recrutamento de uma coorte" e "recrutamento" foram introduzidos na Secção 1.6. Em todas as derivações seguintes assumiremos (como Beverton e Holt, 1957) que uma coorte é constituída somente por "peixes médios". Isto significa que devemos assumir que todos os indivíduos de uma coorte têm a mesma idade num tempo determinado, ou seja, que todos atingem a "idade de recrutamento",  $Tr$ , ao mesmo tempo (ver Secção 1.6). No Capítulo 3, usámos, da mesma forma, o comprimento médio de uma coorte para descrever o crescimento. No contexto das taxas de mortalidade, estamos interessados no número de sobreviventes de uma coorte em função do tempo (ver Fig. 1.3.1.1A).

O símbolo " $N(t)$ " é usado para designar o "número de sobreviventes de uma coorte que atingiu a idade  $t$ ". A idade é geralmente medida em unidades de ano. Ou seja,  $N(Tr)$  é o "número de recrutas" à área de pesca. Frequentemente a letra " $R$ " é usada para designar o "recrutamento", assim  $R = N(Tr)$ . A escolha de um valor para  $Tr$  não é um problema crítico, pois na realidade todos os cálculos estão baseados em idades relativas (diferenças de idades). Em muitas aplicações não precisaremos sequer definir a idade do recrutamento.  $Tr$  é a idade mínima na qual um peixe pode entrar para a pescaria, ou seja quando ele está disponível para ser encontrado pelas artes de pesca (Beverton e Holt, 1957). A idade na qual eles realmente entram na pesca,  $Tc$ , depende, no entanto, do tamanho da malha da rede.  $Tc$  é chamado "idade da primeira captura" e indica o início da "fase explorada".

A Fig. 4.1.1 ilustra as características básicas da dinâmica de uma coorte. Devido à mortalidade (por pesca ou por causas naturais) ocorre um decréscimo contínuo do número de sobreviventes. Ao nascer a coorte tem idade 0, da idade zero até a idade  $Tr$  a coorte está na "fase de pré-recrutamento". No contexto actual, não nos ocuparemos do que ocorre antes da idade  $Tr$ . Depois da idade  $Tr$ , os peixes podem ser capturados quando se usar uma rede de malha suficientemente pequena, mas no geral, os peixes começam a ser capturados com a idade  $Tc$ , quando a malha da rede utilizada é a actual. Por definição, devemos então ter que  $Tr \leq Tc$ .

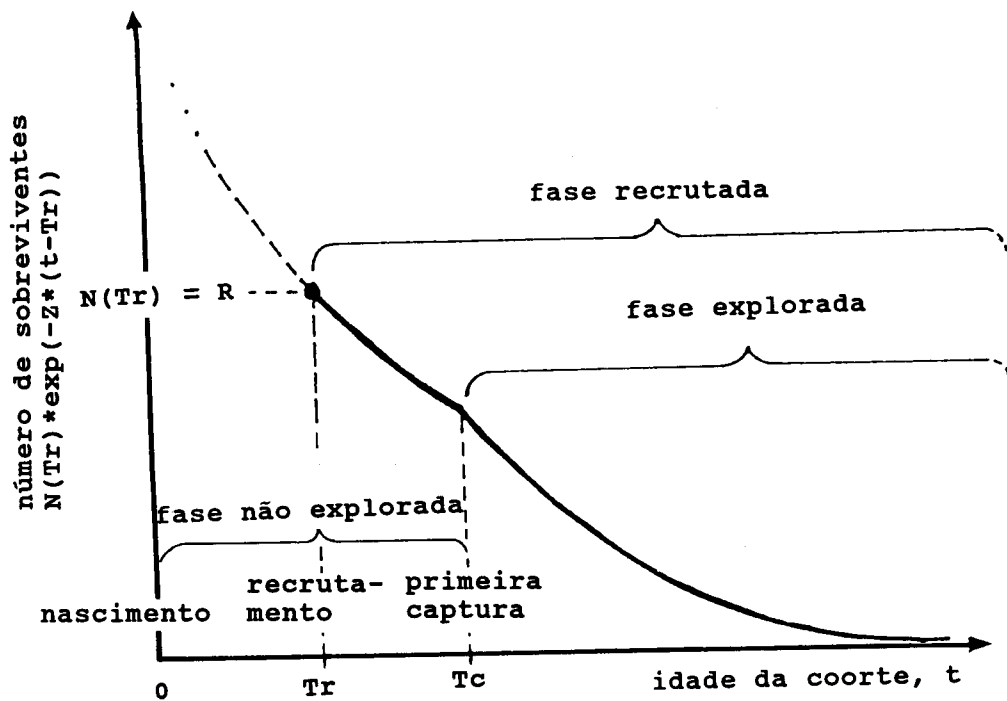


Fig. 4.1.1 Aspectos básicos da dinâmica de uma coorte

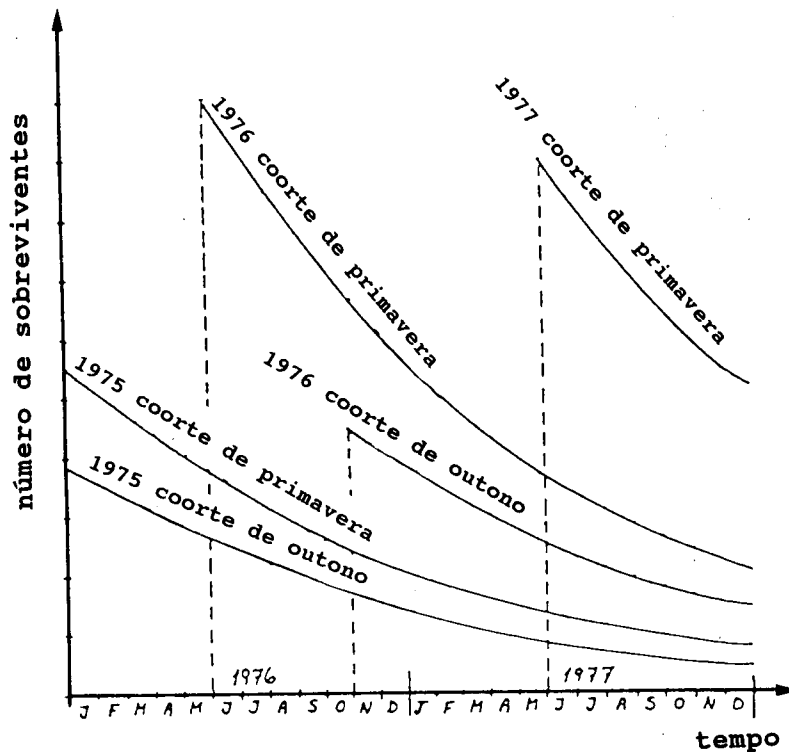


Fig. 4.1.2 Ilustração da situação com mais de uma coorte (compare com a Figura 3.2.1.1)

Em alguns casos, consideraremos várias coortes ao mesmo tempo, como ilustrado na Fig. 4.1.2, onde é representada a situação de duas coortes por ano, durante um período consecutivo de dois anos. A Fig. 4.1.2 é comparável com o caso ilustrado na Fig. 3.2.1.1 em relação ao crescimento de múltiplas coortes. Se mais de uma coorte é considerada simultaneamente, a notação  $N(t)$  não é suficiente, devendo-se agregar um índice para indicar a coorte. No entanto, a seguir, apenas uma coorte é considerada, portanto o símbolo  $N(t)$  continuará sendo adequado.

#### 4.2 DINÂMICA DE UMA COORTE, O MODELO EXPONENCIAL DECRESCENTE

A título de exemplo, considere o número de sobreviventes na idade  $t = 0.5$  ano,  $N(0.5)$  e o número de sobreviventes um dia depois,  $N(0.50274)$  (1 dia =  $1/365 = 0.00274$  ano). O número de indivíduos mortos durante aquele dia é:  $N(0.5) - N(0.50274)$

Para indicar a alteração no número de indivíduos durante um período relativamente curto de tempo (por ex. 1 dia), usamos o símbolo  $\Delta N$ :

$$\Delta N(0.5) = N(0.50274) - N(0.5)$$

Note que  $\Delta N$  é negativo, porque representa uma perda da coorte. A taxa de variação do número de indivíduos é:

$$\Delta N(t) / \Delta t$$

onde  $\Delta t$  é o período de tempo considerado (1 dia neste caso).

Suponha  $N(0.5) = 1000$  e  $N(0.50274) = 997$ , então

$$\frac{\Delta N(0.5)}{\Delta t} = \frac{997-1000}{0.00274} = -1095 \text{ por ano}$$

Obviamente, a taxa de variação do número por ano  $\Delta N/\Delta t$ , depende do número de sobreviventes,  $N$ . Quanto mais sobreviventes, maior número deles morrerão. O grande número de mortos no exemplo acima, 1095 por ano, mais do que  $N(0.5)$ , é devido ao facto de que os cálculos foram realizados como se cada dia começasse com  $N(0.5) = 1000$  peixes. Logicamente,  $\Delta N/\Delta t$  não depende de  $\Delta t$ , porque uma redução em  $\Delta t$  reduzirá  $\Delta N$  correspondentemente. Assim, é natural que  $\Delta N/\Delta t$ , seja proporcional a  $N$ :

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -Z*N(t) \tag{4.2.1}$$

onde  $Z$  é o coeficiente de proporcionalidade.

Para o exemplo acima:  $\frac{\Delta N(0.5)}{\Delta t} = -Z*N(0.5)$  ou  $\frac{-3}{0.00274} = -1.095*1000$ ,

$Z$  será 1.095 por ano.  $Z$  é chamado de "taxa instantânea de mortalidade", "coeficiente de mortalidade total" ou simplesmente "taxa de mortalidade total". A unidade de  $Z$  é "por ano" ou em geral "por unidade de tempo". Se  $Z$  permanece constante ao longo do tempo de vida de uma coorte, pode ser demonstrado que a Eq. 4.2.1 é equivalente matematicamente a:

$$N(t) = N(Tr)*\exp[-Z*(t-Tr)] \tag{4.2.2}$$

A Eq. 4.2.2 representa a forma matemática do denominado "modelo exponencial decrescente" que (juntamente com a equação de crescimento) é a pedra base da teoria dos manancias explorados (ver Baranov, 1918; Thompson e Bell, 1934; Fry, 1949 e Beverton e Holt, 1957). A Fig. 4.2.1 mostra um conjunto de curvas exponenciais decrescentes para vários valores de Z. Quanto maior o valor de Z maior o decréscimo em número e menor a idade máxima.

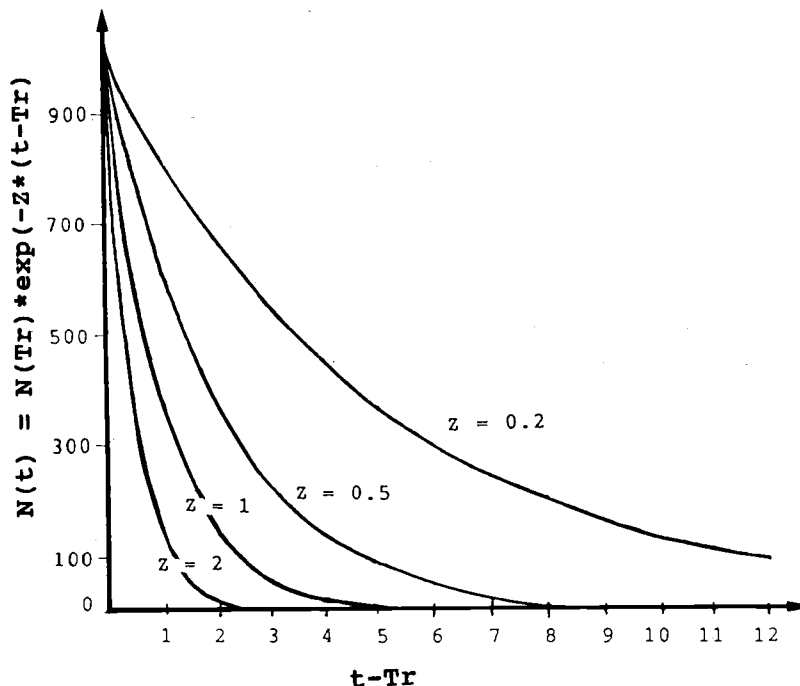


Fig. 4.2.1 Curvas exponenciais decrescentes, para Z = 0.2, 0.5, 1 e 2 por ano, com recrutamento, N(Tr) = 1000 peixes

Geralmente é mais fácil entender o conceito de mortalidade e sobrevivência se o número de sobreviventes em um certo momento é expresso em porcentagem do número original. A seguinte tabela fornece as porcentagens de sobreviventes depois de um e dois anos respectivamente, de duas populações sujeitas a duas diferentes taxas de mortalidade total Z = 0.5 e Z = 2.0.

taxa de mortalidade total Z	Porcentagem de sobreviventes *)	
	após 1 ano 100*N(Tr+1)/N(Tr)	após 2 anos 100*N(Tr+2)/N(Tr)
0.5	61%	37%
2.0	14%	2%

\*) Porcentagem de sobreviventes = 100\*exp(-Z\*(t-Tr)), e t-Tr = 1 e 2 respectivamente

É evidente que Z = 2.0 representa uma taxa de mortalidade elevada e que uma coorte sujeita a tão elevada taxa de mortalidade total será praticamente exterminada em dois anos.

A Tabela 4.2.1 e a Fig. 4.2.2 mostram um exemplo do modelo exponencial decrescente para uma coorte sujeita a uma mortalidade total constante de Z = 1.5 por ano. De forma a simplificar o exemplo, é assumido que a coorte começa a ser capturada imediatamente após o seu recrutamento à área de pesca, e assim Tr = Tc (ver Fig. 4.1.1).

Tabela 4.2.1 Exponencial decrescente para uma coorte com recrutamento  $N(Tr) = 100000$  e mortalidade total (constante)  $Z = 1.5$  por ano. Demonstra-se que a equação  $\Delta N/\Delta t = -Z*N$  é realizada para várias idades da coorte ( $t$ ). O gráfico correspondente é mostrado na Fig. 4.2.2.  $\Delta t$  é um dia (= 1/365 ano)

idade da coorte $t$ anos	número de sobreviventes $N(Tr)*\exp(-Z*(t-Tr))$	variação do número durante um dia, $\Delta N$	$-\frac{\Delta N}{\Delta t} * \frac{1}{N} = Z$
Tr	100000		
Tr+0.0+ $\Delta t$	99590	-410	1.5
Tr+0.2	74081		
Tr+0.4	54881		
Tr+0.6	40657		
Tr+0.6+ $\Delta t$	40490	-167	1.5
Tr+0.8	30119		
Tr+1.0	22313		
Tr+1.5	10540		
Tr+1.5+ $\Delta t$	10497	-43	1.5
Tr+2.0	4978		
Tr+2.5	2351		
Tr+3.0	1111		
Tr+3.5	524.75		
Tr+3.5+ $\Delta t$	522.60	-2.15	1.5
Tr+4.0	247.88		
Tr+5.0	55.31		
Tr+8.0	0.61		

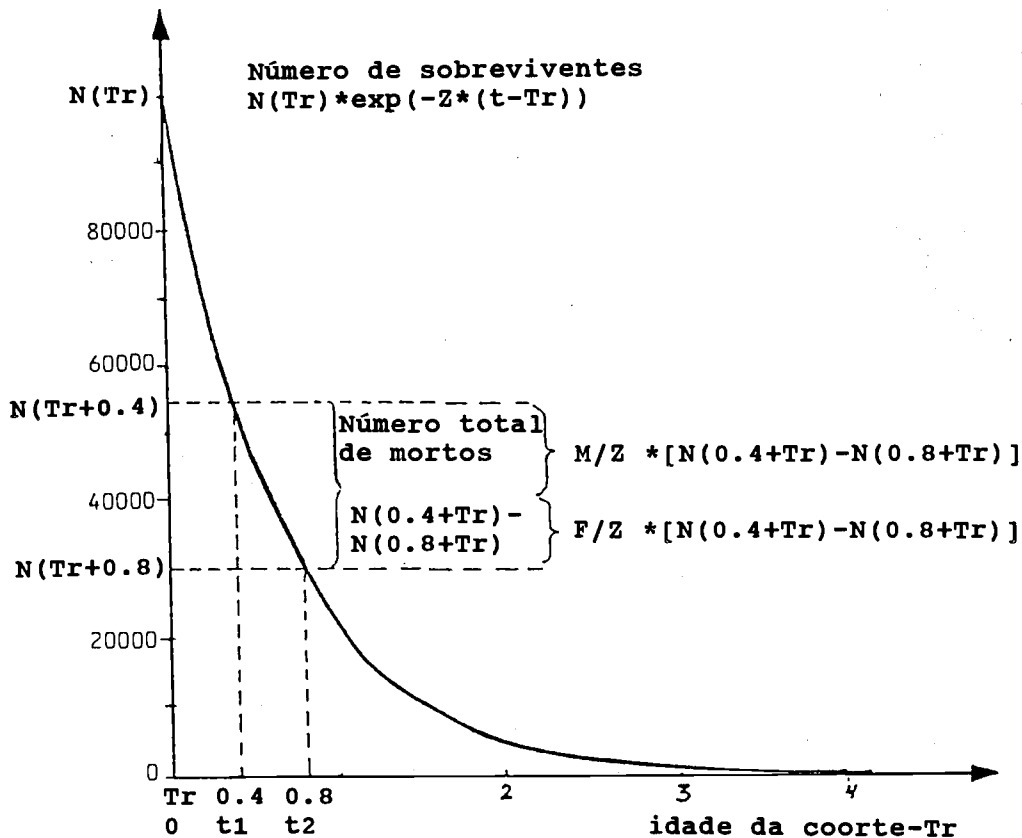


Fig. 4.2.2 Curva exponencial decrescente com  $N(Tr) = 100000$  recrutas e  $Z = 1.5$  (dados da Tabela 4.2.1).  $Z$  permanece constante para todas as idades  $t$

O número de sobreviventes de uma coorte de 100000 recrutas,  $N(\text{Tr})$ , em um dado tempo,  $t$ , pode ser calculado da Eq. 4.2.2 conforme mostrado na segunda coluna da Tabela 4.2.1, por exemplo:

$$N(\text{Tr}+0.4) = 100000 \cdot \exp(-1.5 \cdot (\text{Tr}+0.4-\text{Tr})) = 100000 \cdot \exp(-0.6) = 54881$$

Conforme mostrado na terceira coluna da Tabela 4.2.1, o decréscimo em número por dia muda durante o tempo de vida de uma coorte, porque o número total de peixes sobreviventes fica menor de dia para dia. No entanto, pode ser demonstrado que a Eq. 4.2.1

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -Z \cdot N(t)$$

é realizada para diferentes idades da coorte, durante o seu tempo de vida.

Ricker (1975) define a "taxa de sobrevivência",  $S$ , como "o número de peixes vivos depois de um intervalo de tempo determinado, dividido pelo número inicial, geralmente numa base anual".

A taxa de sobrevivência depois de um ano é:

$$S = \frac{N(\text{Tr}+1)}{N(\text{Tr})} = \frac{N(\text{Tr}) \cdot \exp(-Z \cdot (\text{Tr}+1-\text{Tr}))}{N(\text{Tr})} = \exp(-Z)$$

Supor que  $t_1$  e  $t_2$  são duas idades com  $t_1 < t_2$ . O número de mortos durante o intervalo de tempo entre  $t_1$  e  $t_2$  é

$$N(t_1) - N(t_2)$$

Na Tabela 4.2.1 e na Fig 4.2.2, onde  $t_1 = \text{Tr}+0.4$  e  $t_2 = \text{Tr}+0.8$  ano, o número de mortos durante esse período é a diferença entre o número de sobreviventes com a idade  $t_1$ ,  $N(\text{Tr}+0.4)$  e  $t_2$ ,  $N(\text{Tr}+0.8)$ :

$$54881 - 30119 = 24762$$

Dos 24762 peixes mortos alguns morreram devido à pesca e o resto devido a outras causas (mortes naturais).

Como estamos interessados em conhecer o efeito da pesca sobre mananciais de peixes, tem que se fazer uma clara distinção entre mortalidades causadas pela pesca e as causadas por outros factores.  $Z$  é o coeficiente de proporcionalidade que responde pelo número total de mortos. De maneira semelhante estabelecemos o coeficiente de proporcionalidade para mortos devido à pesca, chamado  $F$ , e devido a mortalidade natural,  $M$ .  $F$  é chamado "coeficiente de mortalidade devido à pesca" e  $M$  é chamado "coeficiente de mortalidade natural". Estes dois coeficientes podem ser somados de forma que

$$Z = F + M \tag{4.2.3}$$

O número total de mortos pode então ser dividido entre os que morreram devido à pesca, a captura ( $C$ ), e os mortos devido a causas naturais ( $D$ ). O número de indivíduos mortos devido à pesca durante o período de  $t_1$  a  $t_2$  é:

$$C(t_1, t_2) = \frac{F}{Z} \cdot [N(t_1) - N(t_2)] \tag{4.2.4}$$

A Eq. 4.2.4 é chamada "equação de captura" (ou "equação de Baranov"), sob a suposição de que  $F$  e  $M$  são constantes (e assim  $Z$  é constante) entre as idades  $t_1$  e  $t_2$  (Baranov, 1918). A fracção de mortes causadas pela pesca,  $F/Z$ , é chamada "taxa de exploração",  $E$ .

O número correspondente de mortos por causas naturais é:

$$D(t_1, t_2) = \frac{M}{Z} * [N(t_1) - N(t_2)] \quad (4.2.5)$$

Note que  $N(t_1) - N(t_2) = C(t_1, t_2) + D(t_1, t_2)$  porque  $F/Z + M/Z = 1$ .

No exemplo dado acima, baseado na Tabela 4.2.1 e Fig. 4.2.2, o número total de mortos foi de 24762, a uma taxa de mortalidade constante de  $Z = 1.5$ .

Agora, supor que entre as idades  $t_1 = Tr + 0.4$  e  $t_2 = Tr + 0.8$  o coeficiente de mortalidade devido à pesca foi  $F = 0.6$ , e o coeficiente de mortalidade natural  $M = 0.9$ . O número de mortos devido à pesca e devido a causas naturais pode ser calculado como se segue:

$$\begin{aligned} C(Tr+0.4, Tr+0.8) &= (0.6/1.5) * (54881 - 30119) = 9905 \\ D(Tr+0.4, Tr+0.8) &= (0.9/1.5) * (54881 - 30119) = 14857 \\ \hline N(Tr+0.4) - N(Tr+0.8) &= 54881 - 30119 = 24762 \end{aligned}$$

Na realidade, geralmente as mortalidades variam com a idade de uma coorte. Peixes menores (mais jovens) estão expostos a uma mortalidade natural maior, já que uma maior quantidade de predadores pode comê-los. Por outro lado, os peixes menores sofrem menos mortalidade por pesca que os maiores (mais velhos), porque eles ainda não migraram para a área de pesca, ou porque escapam através das malhas das redes. No entanto, se o tempo transcorrido entre  $t_1$  e  $t_2$  não é longo demais, pode ser considerado como uma aproximação razoável, assumir  $F$  e  $M$  constantes dentro daquele período.

A "equação de captura" (Eq. 4.2.4) é uma das expressões matemáticas mais importantes na biologia pesqueira. Para muitas aplicações, porém, convém fazer uma reordenação dos seus termos, onde a captura está relacionada com o número presente no início de vida da espécie,  $N(t_1)$ . Para tal aplicaremos a Eq. 4.2.2 para  $N(t_2)$ :

$$\begin{aligned} N(t_2) &= N(Tr) * \exp[-Z * (t_2 - Tr)] \quad \text{o que é equivalente a} \\ N(t_2) &= N(Tr) * \exp[-Z * (t_1 - Tr)] * \exp[-Z * (t_2 - t_1)] \quad \text{e a} \\ N(t_2) &= N(t_1) * \exp[-Z * (t_2 - t_1)] \quad (4.2.6) \end{aligned}$$

Substituindo a Eq. 4.2.6 na Eq. 4.2.4 resulta:

$$C(t_1, t_2) = N(t_1) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))] \quad (4.2.7)$$

A Eq. 4.2.7 é a versão mais utilizada da equação de captura. Outra forma também é utilizada para algumas aplicações especiais:

$$C(t_1, t_2) = (t_2 - t_1) * F * \bar{N}(t_1, t_2) \quad (4.2.8)$$

onde  $\bar{N}(t_1, t_2)$  é o "número médio de sobreviventes no intervalo de tempo  $t_1$  e  $t_2$ ". Para haver consistência entre as equações Eq. 4.2.7 e Eq. 4.2.8 devemos ter que:

$$\bar{N}(t_1, t_2) = N(t_1) * \frac{1}{Z * (t_2 - t_1)} [1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))] \quad (4.2.9)$$

A demonstração matemática da Eq. 4.2.9 está fora dos objectivos deste manual. No entanto, na Fig. 4.2.3 é demonstrado que a Eq. 4.2.9 confirma o conceito intuitivo de "número médio".

Para o exemplo usado acima (Fig. 4.2.2 e Tabela 4.2.1) temos que:

$$\bar{N}(Tr+0.4, Tr+0.8) = 54881 * \frac{1}{1.5 * (0.8-0.4)} * [1 - \exp(-1.5 * (0.8-0.4))] = 41269$$

$$C(Tr+0.4, Tr+0.8) = (0.8-0.4) * 0.6 * 41269 = 9905,$$

que é a mesma resposta que obtivemos aplicando a Eq. 4.2.4.

A Eq. 4.2.8 tem a vantagem de ser mais fácil de interpretar. Ela indica-nos que o número de indivíduos capturados durante o período de tempo  $t_1$  e  $t_2$  depende da:

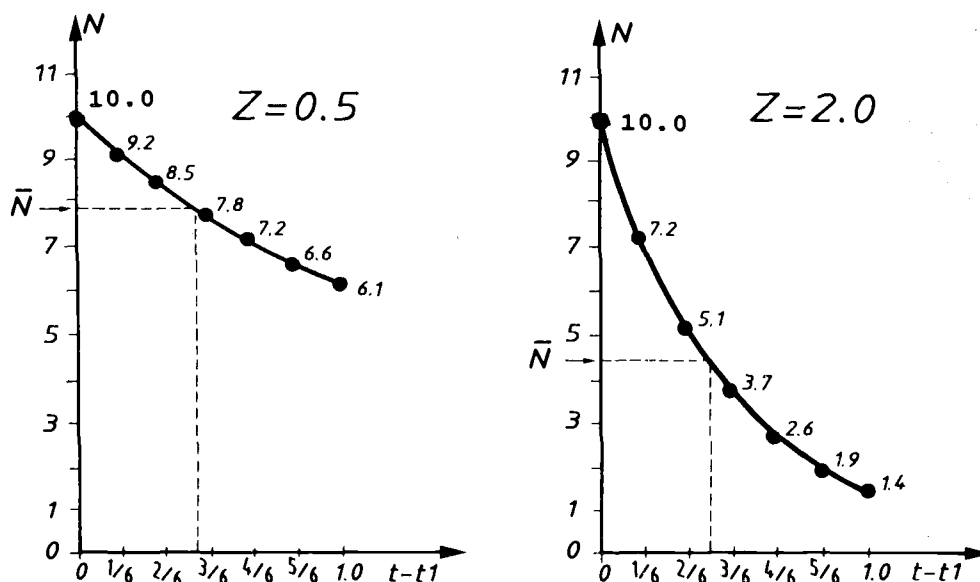
- 1) duração do período de tempo
- 2) mortalidade por pesca
- 3) número médio de peixes existentes no mar

cada uma destas suposições não é difícil de se aceitar.

Se  $\Delta t = t_2 - t_1$  é muito pequeno, pode ser demonstrado que

$$C(t, t+\Delta t) = \Delta t * F * N(t) \tag{4.2.10}$$

é aproximadamente correcto. Se  $\Delta t$  é pequeno, o número de sobreviventes mudará muito pouco durante o período, e  $N$  e  $N$  serão aproximadamente iguais. A Eq. 4.2.10 deriva-se da Eq. 4.2.8. A Eq. 4.2.10 é uma outra versão da equação de captura e é conveniente para analisar a mortalidade devido à pesca produzida por uma única operação de pesca, por exemplo um único lance de rede de arrasto, como será demonstrado em breve na Secção 4.3.



$Z = 0.5$	Aproximação:	$\bar{N} = (10.0+9.2+8.5+7.8+7.2+6.6+6.1)/7 = 7.9$
	Expressão exacta:	$\bar{N} = 10.0 * [1 - \exp(-0.5)] / 0.5 = 7.9$
$Z = 2.0$	Aproximação:	$\bar{N} = (10.0+7.2+5.1+3.7+2.6+1.9+1.4)/7 = 4.5$
	Expressão exacta:	$\bar{N} = 10.0 * [1 - \exp(-2.0)] / 2.0 = 4.3$

Fig. 4.2.3 Ilustração da Eq. 4.2.9:  
 $N(t_1, t_2) = N(t_1) * [1 - \exp(-Z(t_2 - t_1))] / Z$  para  $t_2 - t_1 = 1$  ano e  $Z = 0.5$  ou  $2.0$ . Notar que, quanto maior é  $Z$ , maior é o desvio entre a aproximação e o valor exacto



**Tabela 4.2.2 Exemplo da dinâmica de uma coorte com diferentes taxas de mortalidade durante a sua vida**

início do período t1	fim do período t2	mort. natural M	mort. por pesca F	mort. total Z	comentários
Tr	Tr+0.5	2.0	0	2.0	A coorte está recrutada à área de pesca mas não está ainda explorada. Exposta a alta predação
Tr+0.5	Tr+1.0	1.0	0.5	1.5	A coorte migrou para a área de pesca, mas 50% escapa através da malha das redes. A mortalidade por predação foi reduzida
Tr+1.0	Tr+7.0	0.5	1.0	1.5	Exploração total da coorte (todos os peixes são retidos pelas redes) Mortalidade por predação ainda mais reduzida.

Para aplicar o modelo exponencial decrescente (Eq. 4.2.2) e a equação de captura, não é necessário assumir que M, F e Z permanecem constantes durante toda a vida de uma coorte. O tempo de vida pode ser dividido em pequenos períodos de tempo, dentro dos quais assume-se mortalidades constantes, no entanto, elas podem mudar de período para período. A título de exemplo, considere uma coorte com uma vida de sete anos. Os sete anos podem ser subdivididos em três períodos com diferentes taxas de mortalidade, como mostra a Tabela 4.2.2. Supondo que  $N(\text{Tr}) = 100000$ , usando a Eq. 4.2.6:

$$\begin{aligned}
 N(t_2) &= N(t_1) \cdot \exp[-Z \cdot (t_2 - t_1)] \\
 N(\text{Tr}+0.5) &= 100000 \cdot \exp(-2.0 \cdot 0.5) = 36788 \\
 N(\text{Tr}+1.0) &= 36788 \cdot \exp(-1.5 \cdot 0.5) = 17377 \\
 N(\text{Tr}+6.0) &= 17377 \cdot \exp(-1.5 \cdot 5.0) = 9.61 \\
 N(\text{Tr}+7.0) &= 9.61 \cdot \exp(-1.5 \cdot 1.0) = 2.14 \\
 N(\text{Tr}+8.0) &= 2.14 \cdot \exp(-1.5 \cdot 1.0) = 0.48
 \end{aligned}$$

Assim, após sete anos a coorte extinguiu-se. O número de indivíduos capturados no primeiro período (de Tr até Tr+0.5), é zero porque  $F = 0$ . O número de indivíduos capturados no segundo período (de Tr+0.5 até Tr+1.0) é (usando a Eq. 4.2.7):

$$\begin{aligned}
 C(\text{Tr}+0.5, \text{Tr}+1) &= N(\text{Tr}+0.5) \cdot \frac{F}{Z} \cdot [1 - \exp(-Z \cdot 0.5)] = \\
 &= 36788 \cdot \frac{0.5}{1.5} \cdot [1 - \exp(-1.5 \cdot 0.5)] = 6470
 \end{aligned}$$

Alternativamente a Eq. 4.2.4 poderia ser usada para calcular o número capturado, C:

$$\begin{aligned}
 C(\text{Tr}+0.5, \text{Tr}+1.0) &= \frac{F}{Z} \cdot [N(\text{Tr}+0.5) - N(\text{Tr}+1.0)] = \\
 &= \frac{0.5}{1.5} \cdot (36788 - 17377) = 6470
 \end{aligned}$$

O terceiro período é tratado da mesma forma. Os resultados podem ser resumidos como se segue:

t1	t2	t2-t1	Z	N(t1)	F	C(t1,t2)
Tr	Tr+0.5	0.5	2.0	100000	0	0
Tr+0.5	Tr+1.0	0.5	1.5	36788	0.5	6470
Tr+1.0	Tr+7.0	6.0	1.5	17377	1.0	11583

Nas secções seguintes serão discutidos vários métodos para a estimação de Z, F e M.

(Ver **Exercício(s)** na Parte 2).

#### 4.3 ESTIMAÇÃO DE Z A PARTIR DE DADOS DE CAPTURA POR UNIDADE DE ESFORÇO E O CONCEITO DO COEFICIENTE DE CAPTURABILIDADE

O coeficiente de mortalidade total, Z, pode ser estimado quando se conhece o número de indivíduos duma coorte, para dois momentos diferentes durante a sua fase explorada, t1 e t2. Para calcular Z a partir destes dados a Eq. 4.2.6 deve ser reordenada:

$$Z = \frac{1}{t_2-t_1} * \ln \frac{N(t_1)}{N(t_2)} \quad (4.3.0.1)$$

Para estimar Z com esta formula, não é necessário conhecer o valor absoluto de N(t1) e N(t2), somente a relação de ambos é requerida. Assim, se se conhecer uma estimação de qualquer valor proporcional a N(t), a Eq. 4.3.0.1 pode ser aplicada.

A captura por unidade de esforço (CPUE), por exemplo, o número de indivíduos capturados por hora de arrasto, é uma quantidade que pode ser assumida como sendo proporcional ao número de indivíduos no mar, N. Intuitivamente, não é difícil de se aceitar que, se o número de peixes no mar se duplicasse, igualmente se duplicaria o número de peixes capturados por operação de pesca. Seja a CPUE(t) o número de indivíduos de uma coorte capturados por unidade de esforço em um tempo t, então, matematicamente, a suposição é expressa:

$$CPUE(t) = q * N(t) \quad (4.3.0.2)$$

onde q é um parâmetro chamado "coeficiente de capturabilidade". Quanto mais eficiente é a arte, maior o valor de q, pois q é uma medida da capacidade da arte em apanhar peixes.

#### Dados de CPUE obtidos através de cruzeiros de investigação

Suponha que temos obtido dados de CPUE para uma certa espécie com um navio de investigação durante um levantamento com arrasto em diferentes períodos, t1 e t2, usando a mesma arte sem qualquer modificação, ou seja, com um coeficiente de capturabilidade constante, q. Neste caso, segue-se da Eq. 4.3.0.2 que:

$$\frac{N(t_1)}{N(t_2)} = \frac{q * N(t_1)}{q * N(t_2)} = \frac{CPUE(t_1)}{CPUE(t_2)}$$

Substituindo a equação acima na equação 4.3.0.1 resulta:

$$Z = \frac{1}{t_2 - t_1} * \ln \frac{CPUE(t_1)}{CPUE(t_2)} \quad (4.3.0.3)$$

Se a composição em idades da população for conhecida, quer seja através de leituras de anéis em partes duras ou através da análise de frequências de comprimento, a Eq. 4.3.0.3 pode ser usada para obter uma estimacão de Z de uma série temporal de dados de CPUE, obtidos em cruzeiros de investigacão. Quando dispomos de dados de idade, o número de peixes capturados por unidade de esforço, de cada grupo de idade (coorte), pode ser determinado directamente, e esse declínio progressivo do número de indivíduos presentes em diferentes momentos, representa a mortalidade total e pode ser usado na Eq. 4.3.0.3 para obter uma estimacão de Z. Lembre-se que os resultados de uma análise de frequências de comprimento, por exemplo, pelo método de Bhattacharya (Secção 3.4.1), também incluem estimacões do número de indivíduos pertencentes a cada coorte. Uma ilustracão deste método é fornecida no Exercício 4.3, baseada nos dados apresentados na Tabela 3.2.1.2.

#### Dados de CPUE obtidos pela pesca comercial

Às vezes a CPUE é obtida como um valor médio para um longo período. Este é o caso quando os dados são colhidos da pesca comercial, onde geralmente são fornecidos em uma base trimestral ou anual. Neste caso o modelo que deve ser usado é equivalente matematicamente à Eq. 4.3.0.3, mas conceptualmente um pouco diferente. A equacão correspondente à Eq. 4.3.0.2. para um período de tempo longo é:

$$\overline{CPUE}(t_1, t_2) = q * \overline{N}(t_1, t_2) \quad (4.3.0.4)$$

Este é o modelo aplicável para tratar os dados da pesca comercial. A CPUE média,  $\overline{CPUE}(t_1, t_2)$ , é calculada geralmente como a captura de uma coorte durante um período de tempo  $t_1$  e  $t_2$  e dividida pelo esforço durante esse período.  $\overline{N}(t_1, t_2)$  é o número médio de sobreviventes durante o período entre  $t_1$  e  $t_2$ .

A teoria, na qual as Eqs. 4.3.0.2 e 4.3.0.4 baseiam-se, será usada repetidas vezes nos próximos capítulos. Portanto, o resto desta secção é para discutir o raciocínio que conduz a estas expressões.

Seja  $f$  o esforço durante um ano ( $t_2 - t_1 = 1$ ). A Eq. 4.3.0.4 pode, então, ser escrita:

$$C/f = q * \overline{N} \quad (4.3.0.5)$$

Se  $t_2 - t_1 = 1$  ano, teremos uma versão especial da Eq. 4.2.8:

$$C = F * \overline{N} \quad (4.3.0.6)$$

Substituindo a Eq. 4.3.0.6 na Eq. 4.3.0.5 resulta

$$F = q * f \quad (4.3.0.7)$$

Pode ser mostrado que a Eq. 4.3.0.7 é aplicável a qualquer período  $[t_2, t_1]$ . Isto é fácil de aceitar intuitivamente, uma vez que quanto maior o esforço (por exemplo mais dias de pesca) aplicado à pescaria, maior será a mortalidade por pesca ou seja, a mortalidade por pesca é proporcional ao esforço. Como a Eq. 4.3.0.7 é tão simples, pode-se partir dela como ponto de partida para o cálculo da Eq. 4.3.0.2 ou da Eq. 4.3.0.4.

A Fig. 4.3.0.1 ilustra a Eq. 4.3.0.7 em um esquema simplificado, formado por 2 milhões de peixes distribuídos uniformemente por uma região costeira. A figura mostra só 200 peixes (1/10000 do sistema).

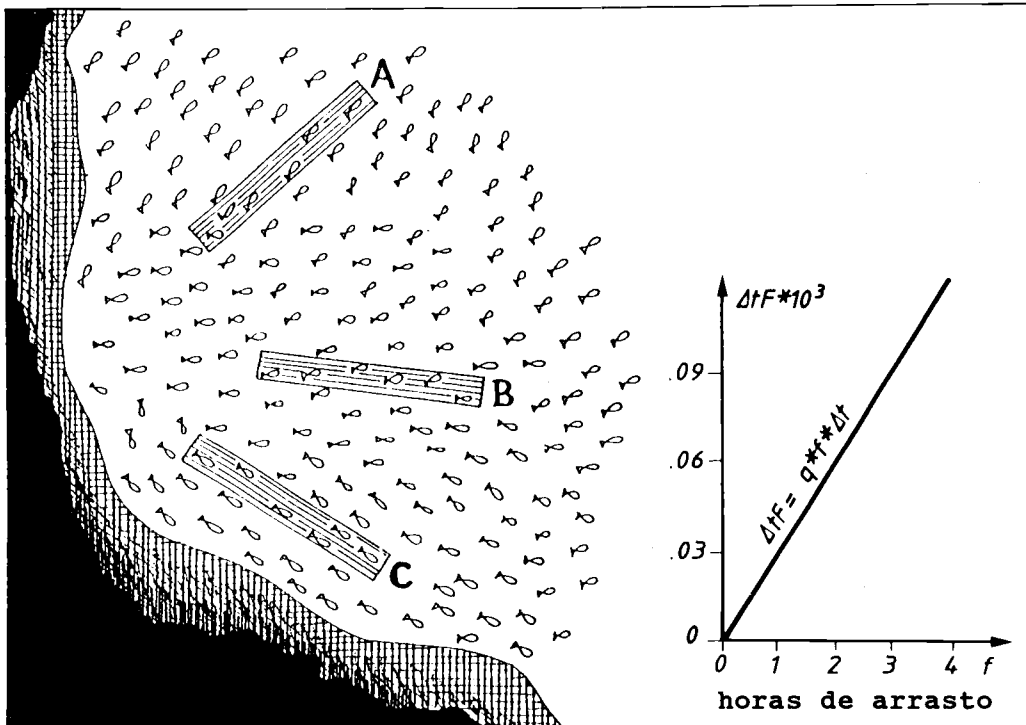


Fig. 4.3.0.1 Ilustração da Eq. 4.3.0.7:  $F = q * f$   
(Ver mais explicações no texto)

O retângulo "A" indica a área varrida pelo arrasto em, por exemplo, uma hora =  $\Delta t$ . A captura neste curto período de tempo,  $\Delta C_1$ , consiste em seis peixes. Para simplificar, supomos que nenhum peixe morre de morte natural durante o tempo de duração da operação, e também que todos os peixes encontrados pela rede são retidos dentro desta.

A captura  $\Delta C_1$  feita por uma rede de pesca depende da duração do captura,  $\Delta t$ , e da quantidade de peixe no mar,  $N$ . O modelo mais simples reflete por intuição a quantidade, usando a proporção:

$$\Delta C_1 = 1 * \Delta t * \bar{N} \quad (4.3.0.8)$$

Se aceitamos este modelo para uma captura, aceitaremos sem problema que 2 capturas (digamos A e B) será

$$\Delta C_2 = q * \Delta t * f * \bar{N} \quad (4.3.0.8')$$

onde o esforço  $f = 2$  capturas.

Incluindo a captura C ainda não encontraremos problemas, porque a quantidade de peixe é constante,  $N$ , 3 capturas pescará uma pequena quantidade da população total.

Combinando Eq. 4.3.0.8' com Eq. 4.2.10 temos (se  $\Delta C$  é pequeno)

$$\Delta C = q * \Delta t * f * N = \Delta t * F * \bar{N}$$

o que implica  $q * f = F$ . Então Eq. 4.3.0.7 é intuitivamente aceite quando  $\Delta C$  é pequeno.

É menos claro como o esforço e o mortalidade do peixe estão relacionados quando consideramos um longo período de tempo durante o qual a abundancia,  $N$ , não pode ser considerada mais ou menos constante.

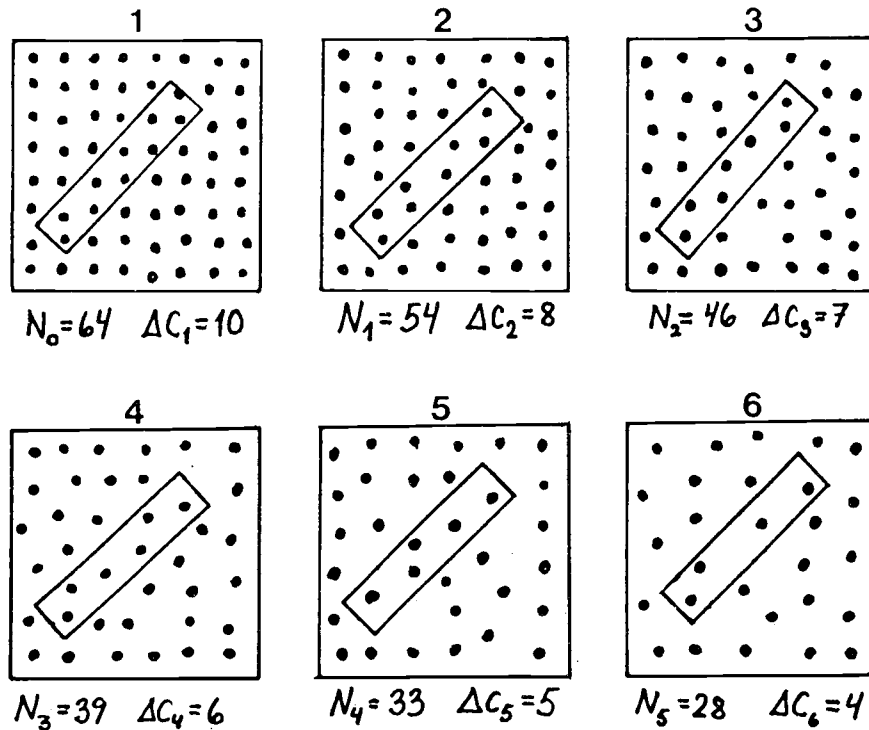


Fig. 4.3.0.2 Ilustração da Eq. 4.3.0.7,  $F = q \cdot f$ , aplicada várias vezes a um sistema durante um longo período de tempo. (Ver mais explicações no texto)

Com tudo se o número de suposições se mantiverem a equação também se pode aplicar a casos onde a captura,  $C$ , é grande relativamente à abundância,  $N$ , e onde o período de tempo  $\Delta t$  é longo (suponhamos um ano). Na realidade muitas vezes aceitamos que estas suposições são constantes.

O raciocínio acima exposto aplica-se quando os peixes estão distribuídos uniformemente na área de pesca. No entanto, isto raramente ocorre. Para peixes que vivem em cardumes (pelágicos) o argumento é incorrecto. De dez lances ao acaso da rede de pesca, para capturar peixes em cardumes, a captura pode ser zero em nove e muito alta em um deles. Para espécies de peixes demersais, no entanto, o raciocínio acima pode ser aproximadamente correcto, apesar de as espécies demersais também terem tendência para se agregarem em certas áreas, que também podem coincidir ou não com as áreas de pesca. O raciocínio ilustrado na Fig. 4.3.0.1 é a base do conhecido "método da área varrida" descrito no Capítulo 13. O facto deste raciocínio estar baseado em uma captura relativamente pequena e em poucas unidades de esforço, não limita a sua aplicabilidade.

Agora considere um sistema por um período longo. A Fig. 4.3.0.2 mostra um exemplo (hipotético), onde no total mais de metade do número original de peixes são retirados do mar pela pesca. Notar que uma unidade de esforço (um lance) produz a mesma mortalidade por pesca  $\Delta t \cdot F$ , independentemente do número de sobreviventes (cf. Eqs. 4.2.10 e 4.3.0.8):

$$\Delta t \cdot F \approx \frac{\Delta C(t)}{N(t)} \approx \frac{10}{64} \approx \frac{8}{54} \approx \frac{7}{46} \approx \frac{6}{39} \approx \frac{5}{33} \approx \frac{4}{28} \approx 0.15$$

onde  $\approx$  significa "aproximadamente igual a". Uma unidade de esforço, captura sempre a mesma fracção do manancial. A mortalidade por pesca é independente do número de sobreviventes, ou seja, todos os lances dão o mesmo  $\Delta t \cdot F$ . Notar também que  $\Delta t \cdot F$  somente permanecerá constante se os peixes se redistribuírem de maneira uniforme após cada remoção produzida pela pesca.

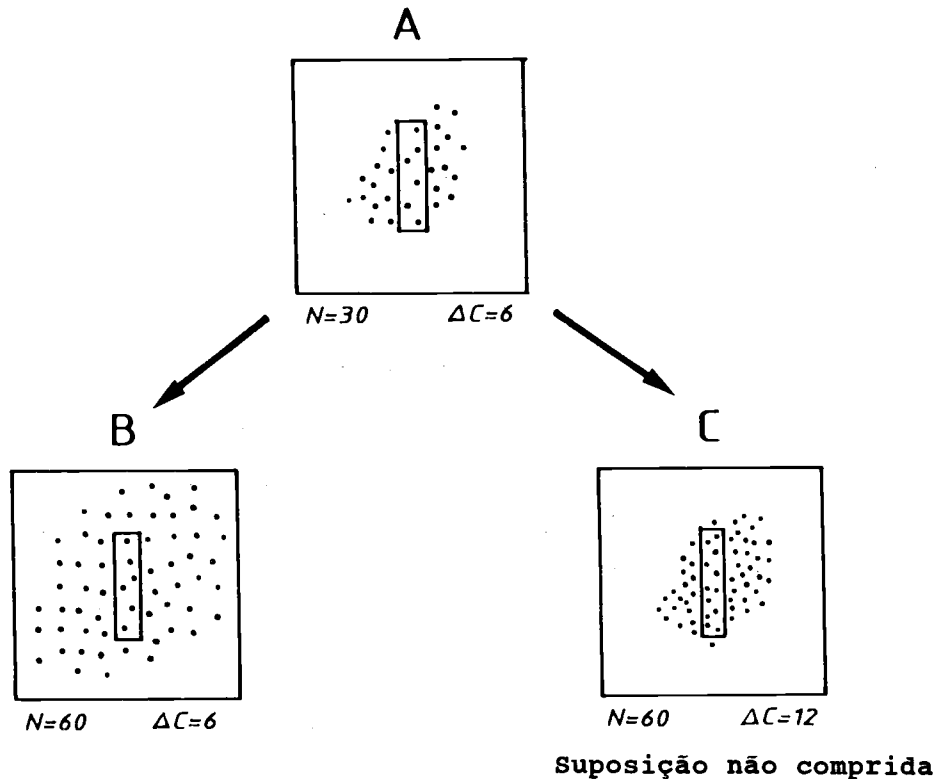


Fig. 4.3.0.3 Ilustração de uma das suposições implícitas na Eq. 4.3.0.7:  $F = q \cdot f$  (Ver mais explicações no texto)

As Figs. 4.3.0.3A e B mostram um exemplo no qual a Eq. 4.3.0.7,  $F = q \cdot f$ , não se aplica, isto é, quando um aumento no número de indivíduos produz também um aumento na área ocupada pelo manancial. Então uma unidade de esforço (um lance) removerá uma fracção menor do manancial e produzirá portanto uma mortalidade por pesca menor. As Figs. 4.3.0.3A e C ilustram como deve ser o comportamento do manancial para satisfazer a Eq. 4.3.0.7, ou seja, que a área ocupada permaneça constante para os diferentes tamanhos do manancial.

#### 4.3.1 Método de Heincke

Existem muitas formas de estimar Z a partir do número de indivíduos capturados. Descreveremos somente um método que data de 1913. Outros métodos podem ser encontrados no trabalho de Ricker (1975).

Para introduzir o método começaremos com uma conhecida fórmula algébrica:

$$\sum_{i=0}^{\infty} a^i = \frac{1}{1-a}, \text{ que é válida se } a < 1$$

Se  $a = \exp(-Z)$ , então para  $Z > 0$  segue  $a < 1$ , e consequentemente a seguinte expressão é válida:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \exp(-Z \cdot t) = \frac{1}{1-\exp(-Z)} \tag{4.3.1.1}$$

Quando multiplicamos os dois lados da Eq. 4.3.1.1 pela mesma constante,  $N(0)$ , obtemos:

$$\sum_{t=0}^{\infty} N(0) \cdot \exp(-Z \cdot t) = \frac{N(0)}{1 - \exp(-Z)} \quad (4.3.1.2)$$

Assumindo que a mortalidade total,  $Z$ , permanece constante temos (ver Eq. 4.2.6):

$N(t) = N(0) \cdot \exp(-Z \cdot t)$  e a Eq. 4.3.1.2 pode ser escrita como

$$\sum_{t=0}^{\infty} N(t) = \frac{N(0)}{1 - \exp(-Z)} \quad (4.3.1.3)$$

Pode ser mostrado que a Eq. 4.3.1.3 é equivalente a:

$$Z = -\ln \frac{N(1) + N(2) + N(3) + N(4) + \dots}{N(0) + N(1) + N(2) + N(3) + N(4) + \dots}$$

ou

$$Z = -\ln \left[ \frac{\sum_{t=1}^{\infty} N(t)}{\sum_{t=0}^{\infty} N(t)} \right] \quad (4.3.1.4)$$

A Eq. 4.3.1.4 é a "fórmula de Heincke" (Heincke, 1913, em Ricker, 1975).

A Eq. 4.3.1.4 pode ainda ser válida, se pudermos assumir que a CPUE é proporcional ao número de indivíduos no manancial e assim, substituindo os  $N$ 's por  $CPUE(t)$ , a Eq. 4.3.1.4 é geralmente usada na seguinte forma:

$$Z = -\ln \frac{CPUE(1) + CPUE(2) + CPUE(\text{idade 3 e mais velhos})}{CPUE(0) + CPUE(1) + CPUE(2) + CPUE(\text{idade 3 e mais velhos})}$$

onde a CPUE dos grupos de idade mais velhos são agrupadas. A razão para agrupá-las é que, frequentemente, os primeiros dois ou três (ou talvez quatro) grupos de idade podem ser separados com relativa facilidade, no entanto, torna-se muito difícil separar os grupos mais velhos (Ricker, 1975). Às vezes também é necessário deixar de lado o grupo mais jovem da população, quando não está completamente explorado pela pesca; isto significa, na prática, abandonar a  $CPUE(0)$  no denominador e a  $CPUE(1)$  no numerador.

#### 4.3.2 Método de Robson e Chapman

Outro método foi introduzido por Robson e Chapman, 1961 (em Ricker, 1975). Os autores mostraram que a melhor estimativa de  $Z$  a partir de dados de composição de idades, ou seja, dos números capturados por grupo de idade, é:

$$Z = -\ln \frac{A}{B+A-1} \quad (4.3.2.1)$$

onde  $A = N(1) + 2 \cdot N(2) + 3 \cdot N(3) + \dots$   
 $B = N(0) + N(1) + N(2) + N(3) + \dots$

A variância da taxa de sobrevivência,  $S = \exp(-Z)$ , é

$$VAR(S) = S \{ (S - (A-1)) / (B+A-2) \}$$

#### 4.4 ESTIMAÇÃO DE Z A PARTIR DE UMA CURVA DE CAPTURA LINEARIZADA

Uma "curva de captura linearizada" é uma representação gráfica dos logaritmos dos números capturados contra a idade.

Os métodos a serem descritos nesta secção estão baseados essencialmente em dados sobre a composição etária da população e, desta forma, eles têm sido aplicados a peixes de águas temperadas. Como a leitura directa de idades é complicada nos peixes de áreas tropicais, (Secção 3.2.1) os métodos terão que ser convertidos posteriormente em versões que utilizam alternativamente, dados de composição em comprimento da população. Isto só é possível se os parâmetros de crescimento forem conhecidos, de tal forma que seja possível converter o comprimento em idades usando a equação de von Bertalanffy invertida (Eq. 3.3.3.3). A demonstração teórica começa por usar o modelo estrutural de idades e subseqüentemente, este, será convertido no modelo estrutural de comprimentos.

##### 4.4.1 Sistema de parâmetros constantes

O método da curva de captura linearizada para estimar Z, baseia-se na suposição de um "sistema de parâmetros constantes". Esta secção, explicará este conceito.

Considere, como exemplo, um manancial de peixes durante o período 1971-1975 com um tempo de vida de cinco anos. Suponhamos que os números de sobreviventes são os mostrados na Tabela 4.4.1.1A. Para simplificar assumiremos só uma coorte por ano, com recrutamento em 1 de Janeiro. A Tab. 4.4.1.1A mostra o número de sobreviventes por coorte e por grupo de idade em 1 de Janeiro. Como estamos a considerar várias coortes ao mesmo tempo, necessitaremos do índice  $y$ .  $N(y,t)$  é o número de sobreviventes que atingiu a idade  $t$  de uma coorte recrutada no começo do ano  $y-t$ . Neste caso particular  $t$  somente terá os valores  $t = 0,1,2,3$  ou  $4$ . Note que uma determinada coorte pode ser seguida diagonalmente através da tabela. Cada ano, os sobreviventes desta coorte avançam para uma classe de idade mais velha. Por outro lado, cada coluna, contém os números de sobreviventes de cinco coortes diferentes em 1 de Janeiro de um determinado ano.

A Tabela 4.4.1.1A contém partes de nove coortes diferentes, nas quais só uma é apresentada durante todo o seu ciclo de vida (a coorte de 1971). Parece que a intensidade do recrutamento,  $N(y,0)$ ,  $y = 1971, 1972, 1973, 1974$  e  $1975$ , variou de ano para ano, as coortes de 1971 e 1973 foram numerosas, enquanto a coorte de 1972 foi fraca ("numerosas" significa que  $N(y,0)$  foi consideravelmente maior do que a média de recrutamento).

Agora vamos supor que o recrutamento,  $N(y,0)$ , permanece constante de ano para ano, como é o caso da Tabela 4.4.1.1B. Se  $F$  e  $M$  também permanecem constantes, o número de sobreviventes e o número de indivíduos capturados será o mesmo para todas as coortes. Se examinarmos a Tabela B veremos que o número de sobreviventes por ano durante toda a vida de uma coorte é o mesmo que o número de indivíduos de cada classe de idade em um ano particular. Assim, se o recrutamento é constante, não faz diferença seguir a evolução de uma única coorte durante toda a sua vida ou considerar todas as diferentes coortes (o manancial completo) em um ano particular. (A maior parte da teoria de Beverton e Holt (1957) baseia-se na suposição que o recrutamento é constante).

Como se sabe, a suposição da existência de um sistema de parâmetros constantes nunca é cumprida na vida real. No entanto, frequentemente somos forçados a aceitar esta condição, que pode ser considerada uma aproximação grosseira da realidade. Acontece geralmente que, somente fazendo tais suposições, estamos em condições de analisar os dados disponíveis, e é melhor fazer uma análise grosseira que nenhuma análise.



**Tabela 4.4.1.1 Ilustração do "sistema de parâmetros constantes" e do "sistema de parâmetros variáveis". Note que a coluna com os valores assinalados está formada por 5 coortes diferentes ocorrendo no ano 1971, enquanto que os valores assinalados na diagonal representam a coorte de 1971 durante toda a sua vida. (Para mais explicações ver o texto)**

<b>A: SISTEMA DE PARÂMETROS VARIÁVEIS</b>					
idade*/ano t	COORTES, número de sobreviventes				
	1971 N(71,t)	1972 N(72,t)	1973 N(73,t)	1974 N(74,t)	1975 N(75,t)
0	2105	1111	9560	1869	1236
1	2575	736	405	3817	618
2	155	1097	281	142	1193
3	102	58	298	109	59
4	6	38	18	138	29

<b>B: SISTEMA DE PARÂMETROS CONSTANTES</b>					
idade*/ano t	COORTES, número de sobreviventes				
	1971 N(71,t)	1972 N(72,t)	1973 N(73,t)	1974 N(74,t)	1975 N(75,t)
0	2560	2560	2560	2560	2560
1	942	942	942	942	942
2	346	346	346	346	346
3	127	127	127	127	127
4	47	47	47	47	47

\*) idade a partir de dados de recrutamento

Quando trabalhamos com dados de um único ano, e assumimos que representam a imagem de uma coorte durante toda a sua vida, falamos de uma "pseudo-coorte". Assim os valores 2105, 2575, 155, 102 e 6 da Tabela 4.4.1.1A correspondem a uma pseudo-coorte, enquanto que os valores 2105, 736, 281, 109 e 29 correspondem a uma coorte real.

**4.4.2 Equação da curva de captura linearizada**

Supor agora que temos uma estimação da composição, por grupos de idade, da captura durante um ano, ou seja, pares de informações da seguinte forma:

intervalo de idade	número capturado
t1-t2	C(t1,t2)
t2-t3	C(t2,t3)
t3-t4	C(t3,t4)
.	.
.	.

Para chegar a um método para estimar Z com estes dados devemos partir da equação de captura (Eq. 4.2.7):

$$C(t, t2) = N(t1) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z * (t2 - t1))]$$

Embora o intervalo entre t1 e t2 represente somente o primeiro intervalo de idade, ele será usado a seguir como símbolo geral do intervalo de tempo, ou seja substituindo também t2-t3 ou t3-t4 ou .... etc. A Eq. 4.2.7 não é linear em t1 (ou t2), portanto é necessário algumas transformações para se fazer uma análise de regressão (cf. Secção 2.6). O primeiro passo é substituir N(t1) usando a Eq. 4.2.2 que resulta:

$$C(t1, t2) = N(Tr) * \exp[-Z * (t1 - Tr)] * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z * (t2 - t1))]$$

O segundo passo é aplicar logaritmos a ambos os lados. Depois de rearranjar os termos obtemos:

$$\ln C(t1, t2) = \ln N(Tr) + \ln \frac{F}{Z} + Z * Tr - Z * t1 + \ln[1 - \exp(-Z * (t2 - t1))]$$

Pelo menos t1 agora aparece em um termo linear (a saber: -Z\*t1). Os termos ln N(Tr) + ln (F/Z) + Z\*Tr formam uma constante, pois assume-se que N(Tr), Tr, F e Z permanecem constantes. Para simplificar a notação, esta constante é chamada "d", e a equação pode ser lida como se segue:

$$\ln C(t1, t2) = d - Z * t1 + \ln[1 - \exp(-Z * (t2 - t1))] \tag{4.4.2.1}$$

Agora, com exceção do último termo, obtivemos uma expressão linear em t1, no entanto, existem diferentes métodos para tratar este último termo da equação.

Os primeiros autores a usarem a "equação da curva de captura linearizada" foram Edser (1908), Heincke (1913) e Baranov (1918) segundo Ricker (1975). Na parte restante da Secção 4.4 discutiremos várias aplicações da Eq. 4.4.2.1.

#### 4.4.3 Curva de captura linearizada baseada em dados de composição etária

Um dos métodos frequentemente usado em águas temperadas para estimar a mortalidade total é o "método da curva de captura linearizada com intervalos de tempo constante", analisado por Beverton e Holt (1956), Chapman e Robson (1960), Robson e Chapman (1961) e Ricker (1975).

Se  $t_2-t_1$  permanecer constante na Eq. 4.4.2.1 (por exemplo quando consideramos classes de idade, onde  $t_2-t_1 = t_3-t_2 = t_4-t_3 = \dots = 1$  ano), então o termo não linear torna-se constante e pode ser incluído no termo de intersecção da recta. Assim, definindo uma nova constante  $g$ :

$$g = d + \ln[1 - \exp(-Z*(t_2-t_1))]$$

neste caso a Eq. 4.4.2.1 pode ser lida:

$$\ln C(t_1, t_2) = g - Z*t \quad \text{ou}$$

$$\ln(C(t, t+\Delta t)) = g - Z*t \quad (4.4.3.1)$$

A Eq. 4.4.3.1 é a "curva de captura linearizada com intervalos de tempo constantes", onde o declive é  $-Z$ .

#### Exemplo 13: Curva de captura com intervalos de tempo constantes, para o badejo do Mar do Norte

A Tabela 4.4.3.1 mostra um exemplo da análise de uma curva de captura linearizada baseada em dados de composição etária. Geralmente estes exemplos provêm de águas temperadas, onde é possível leituras directas de idades e onde a desova é limitada a um período curto de tempo, uma vez por ano. Este também é o caso do exemplo que se refere à pesca de badejo (*Merlangius merlangus*) do Mar do Norte.

A Tabela 4.4.3.1 fornece a composição anual por idades, das capturas no período 1974-1980 (extraído de ICES, 1981a). Os valores observados na Tabela 4.4.3.1 são números capturados por ano, por grupos de idade (coorte), onde:

$$C(y, t, t+1) = \text{número de indivíduos capturados no ano } y \text{ e de idade entre } t \text{ e } t+1 \text{ anos (em milhões)}. \text{ Por exemplo } C(1976, 3, 4) = 159$$

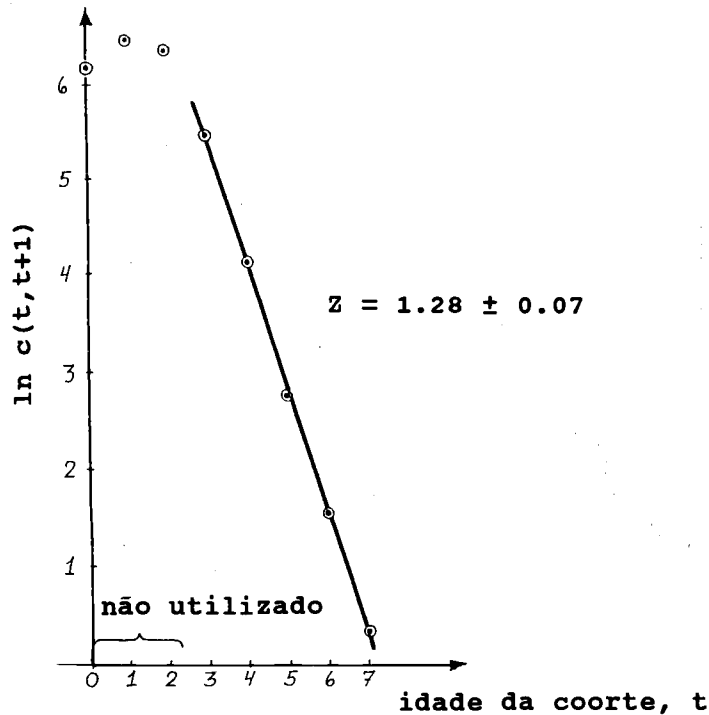
Para cada ano a mortalidade total,  $Z$ , (última linha da Tabela 4.4.3.1) foi calculada usando a Eq. 4.4.3.1. São regressões lineares onde  $x =$  idade,  $y = \ln C(y, t, t+1)$  e  $b = -Z$ . Assim, assumiremos que o recrutamento e outros parâmetros permaneceram constantes no período 1974 a 1980.

Porém, pode-se também calcular uma mortalidade total média para todo o período de sete anos, usando o número médio de indivíduos capturados por grupo de idade, como está mostrado na última coluna da Tabela 4.4.3.1. Fazendo  $Z$  médio, o problema de se ter que assumir parâmetros constantes é mais ou menos contornado, ou seja, por exemplo, as variações no recrutamento compensam-se no processo do cálculo da média. Note que, neste caso particular, a suposição de um recrutamento constante não é crucial. Com excepção do ano de 1974 as estimações de  $Z$  não se diferenciam muito da média geral.

A Fig. 4.4.3.1 mostra o gráfico da estimação de  $Z$  baseado na composição média por idades. Como já foi mostrado na Tabela 4.4.3.1 os dados correspondentes às três primeiras idades foram excluídos da análise de regressão, uma vez que saíam fora da recta (ver Fig. 4.4.3.1), pois estes grupos não estão sob exploração total. A mortalidade por pesca é menor nos indivíduos entre as idades de 0 e 2 de que nos indivíduos maiores (mais velhos), pois os peixes dos grupos de idade de 0 a 2 são tão pequenos que eles escapam através das malhas da rede de arrasto (a maior parte do badejo do Mar do Norte é capturado com malha de rede variando entre 70 e 110 mm). Uma outra

**Tabela 4.4.3.1** Análise da curva de captura linearizada baseada em dados de composição etária. Número de indivíduos capturados, (badejo do Mar do Norte) por grupos de idade (em milhões por ano).  
(Extraído de ICES, 1981a, ver Fig. 4.4.3.1)

ano y idade t	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	média 1974-80	
	$C(y,t,t+1)$								
0	599	239	424	664	685	478	330	488	não
1	678	860	431	1004	418	607	288	612	usa-
2	1097	390	1071	532	335	464	323	601	dos
3	275	298	159	269	203	211	243	237	usa-
4	40	54	75	32	69	86	80	62.3	dos
5	6	9	13	18	8	25	31	15.7	para
6	1	8	3	5	5	3	8	4.7	aná-
7+	(6)	(0)	(1)	(0)	(1)	(1)	(1)	1.4	lise
Z	1.88	1.26	1.36	1.25	1.33	1.40	1.12	1.28	



**Fig. 4.4.3.1** Curva de captura linearizada baseada na composição etária média das capturas de badejo do Mar do Norte (ICES, 1981a)

razão para esperar uma mortalidade por pesca reduzida sobre os peixes menores, é que é provável que muitos ainda não tenham recrutado à área de pesca, permanecendo ainda nas áreas de reprodução.

Sendo assim, a mortalidade total,  $Z = M+F$ , não permanece constante para todos os grupos de idades, apesar de ter sido uma das suposições para se poder aplicar o método da curva de captura linearizada. Para contornar este problema, exclui-se os grupos de idades que se suspeita não estarem sob uma exploração total, como aliás, foi feito neste exemplo. A escolha das classes etárias a serem excluídas é um assunto um pouco subjectivo. Geralmente excluem-se aqueles pontos que se desviam, sistematicamente, da recta. No entanto, é difícil dar uma regra geral para decidir a partir do qual, o desvio é suficiente para excluir um ponto. Como regra prática no caso de

dúvida sobre um ponto, exclue-se. No caso da Fig. 4.4.3.1 foi fácil fazer a escolha, já que os cinco pontos usados ajustam-se muito bem ao modelo.

Nas estimações de  $Z$ 's para cada ano (última linha na Tabela 4.4.3.1) o grupo da idade 7+ também foi excluído (indicado entre parênteses). Neste caso a razão dessa exclusão é que o número de indivíduos de idade 7 ou mais (grupo 7+) foi estimado a partir de uma amostra muito pequena (muito poucos indivíduos sobrevivem até 7 anos de idade) e por isso é uma estimacão pouco fiável. Contudo para a estimacão geral de  $Z$ , o grupo de idade 7+ foi usado, já que neste caso a amostra abrange os sete anos, aumentando correspondentemente o número de indivíduos amostrados.

Usando o procedimento descrito na Secção 2.4 podem ser calculados os limites de confiança a 95% da estimacão de  $Z$ :

$$Z = - \text{declive} = -b = 1.284 \quad s_y = 2.0316 \quad s_x = 1.5811$$

a variância do declive:

$$s_b^2 = \frac{1}{n-2} * ((s_y/s_x)^2 - b^2) = \frac{1}{5-2} * ((2.0316/1.5811)^2 - 1.284^2) = 0.0005$$

$$s_b = \sqrt{0.0005} = 0.0227$$

$$s_b * t_{5-2} = 0.0223 * 3.18 = 0.07, \text{ de modo que o intervalo de confiança é:}$$

$$[1.21, 1.35] \quad \text{ou: } Z = 1.28 \pm 0.07$$

Com os dados da Tabela 4.4.3.1 os cálculos poderiam ter sido feitos também por coortes. O exercício 4.4.3 trata deste assunto.

(Ver **Exercício(s)** na Parte 2).

#### 4.4.4 Curva de captura linearizada baseada em grupos de idades com intervalos de tempo variáveis

Voltemos agora ao modelo geral da curva de captura linearizada da Eq. 4.4.2.1.

$$\ln C(t_1, t_2) = d - Z * t_1 + \ln[1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))]$$

Quando os intervalos de tempo  $t_2 - t_1$ ,  $t_3 - t_2$ ,  $t_4 - t_3$ , ... não são constantes, o termo  $\ln[1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))]$  não linear, adquire valores diferentes para os diferentes valores dos intervalos de tempo. Como será explicado na Secção 4.4.5, este é o caso mais frequente nos mananciais de peixes tropicais. Têm sido sugeridas duas alternativas para evitar o termo não linear.

#### Equação da curva de captura acumulada

Jones e Van Zalinge (1981) sugerem que  $t_2$  tenha um valor muito alto (na prática  $t_2 = \infty$  (infinito)). Com  $t_2$  muito alto, o termo  $\exp(-Z * (t_2 - t_1))$  será próximo de zero, e consequentemente  $\ln(1 - \exp(-Z * (t_2 - t_1))) = \ln 1 = 0$ . Assim, se  $C(t, \infty)$  designar todos os peixes capturados com idade  $t$  ou mais velhos, obtém-se desta maneira uma relação linear do tipo,

$$\ln C(t, \infty) = d - Z * t \tag{4.4.4.1}$$

onde  $C(t, \infty)$  é chamada de "captura acumulada", e a Eq. 4.4.4.1 de "equação da curva de captura acumulada".

### Equação da curva de captura acumulada com intervalos de tempo variáveis

Van Sickle (1977) sugeriu outro método, o qual foi posteriormente desenvolvido por Pauly (1983a). O método baseia-se na observação, para pequenos valores de  $x$ , ( $x < 1.0$ ):

$$\ln[1 - \exp(-x)] = \ln(x) - x/2 \text{ (aproximadamente)}$$

Se  $Z*(t_2-t_1)$  é pequeno resultará aproximadamente que:

$$\ln[1 - \exp(-Z*(t_2-t_1))] = \ln[Z*(t_2-t_1)] - Z*(t_2-t_1)/2$$

Substituindo na Eq. 4.4.2.1 e rearranjando os termos obtemos:

$$\ln \frac{C(t_1, t_2)}{t_2-t_1} = d + \ln Z - Z*t_1 - Z*(t_2-t_1)/2$$

Como  $t_2-t_1$  deve ser pequeno, é chamado de  $\Delta t$ . Para simplificar a notação é introduzida a constante  $C = d + \ln Z$ . Assim a equação fica:

$$\ln \frac{C(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = c - Z*(t+\Delta t/2) \quad (4.4.4.2)$$

que é linear no ponto médio do intervalo,  $(t+\Delta t/2)$ . A Eq. 4.4.4.2 é a chamada "equação da curva de captura linearizada para intervalos de tempo variáveis". Note que somente a inclinação da recta tem significado para a análise aqui pretendida, a intersecção não é usada.

O nome da equação pode levar ao pressuposto de que este método somente pode ser aplicado quando existem dados sobre a captura total. No entanto, a Eq. 4.4.4.2 pode ainda ser usada se só for conhecida a composição em percentagens da captura, pois a partir deste tipo de dados podemos obter a captura absoluta simplesmente multiplicando todas as percentagens por uma constante. A multiplicação de todos os valores de  $C$  por uma constante,  $K$ , na Eq. 4.4.4.2 mudará somente o valor da intersecção,  $c$ , mas não a inclinação da recta,  $Z$ , pois:

$$\ln \frac{K*C(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = c - Z*(t+\Delta t/2) \quad \text{é equivalente a:}$$

$$\ln \frac{C(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = c_1 - Z*(t+\Delta t/2) \quad \text{onde}$$

$$c_1 = c - \ln K$$

Assim, dispõe-se somente de uma amostra de uma população de peixes (por exemplo de um cruzeiro científico ou da lota) e o total capturado não é conhecido, é possível usar a Eq. 4.4.4.2. Por esta razão, a curva de captura linearizada é frequentemente usada para dados obtidos apenas numa viagem científica, enquanto que a análise de coortes (introduzida no Capítulo 5) é aplicada para dados da captura total. Deve ser notado que o exemplo usado na próxima secção para ilustrar a análise da curva de captura linearizada baseada em dados de composição de comprimento (Tabela 4.4.5.1) é uma amostra de somente 3816 peixes, que não foi extrapolada para o total de peixes capturados.

#### 4.4.5 Curva de captura linearizada baseada em dados de composição de comprimento

O método que descreveremos a seguir não utiliza, como exige a Eq. 4.4.3.1, dados de leituras directas de idades, mas usa a equação de crescimento de von Bertalanffy para converter comprimentos em idades. Este modelo é discutido por Pauly (1983a, 1984a e b), e é referido frequentemente como a "curva de captura convertida para comprimentos" ou a "curva de captura linearizada convertida para comprimentos".

Para fazer com que a curva de captura use os comprimentos é necessário em princípio substituir os t's (idades) por L's (comprimentos) na Eq. 4.4.4.2

$$\ln \frac{C(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = c - Z*(t+\Delta t/2)$$

No entanto, o que se faz, na realidade, é converter os dados de comprimento em dados de idade, através da inversão da equação de crescimento de von Bertalanffy (Eq. 3.3.3.2).

$$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} \ln(1 - \frac{L}{L_\infty})$$

A conversão dos comprimentos em idades é relativamente complexa, pois o tempo necessário para que um peixe cresça através de um determinado intervalo de comprimento aumenta dum modo contínuo à medida que ele envelhece. A Fig. 4.4.5.1 mostra a transformação das classes de comprimento em grupos de idade. A curva de crescimento usada é a média para toda a coorte, da qual podem ocorrer grandes desvios individuais. Estes desvios são relativamente pequenos nos peixes menores, mas podem ser relativamente grandes para os peixes maiores. Em outras palavras, quanto maior é o peixe, mais tempo será necessário para ele crescer de uma classe de comprimento para outra e por isso a relação entre o comprimento e a idade torna-se menos precisa para

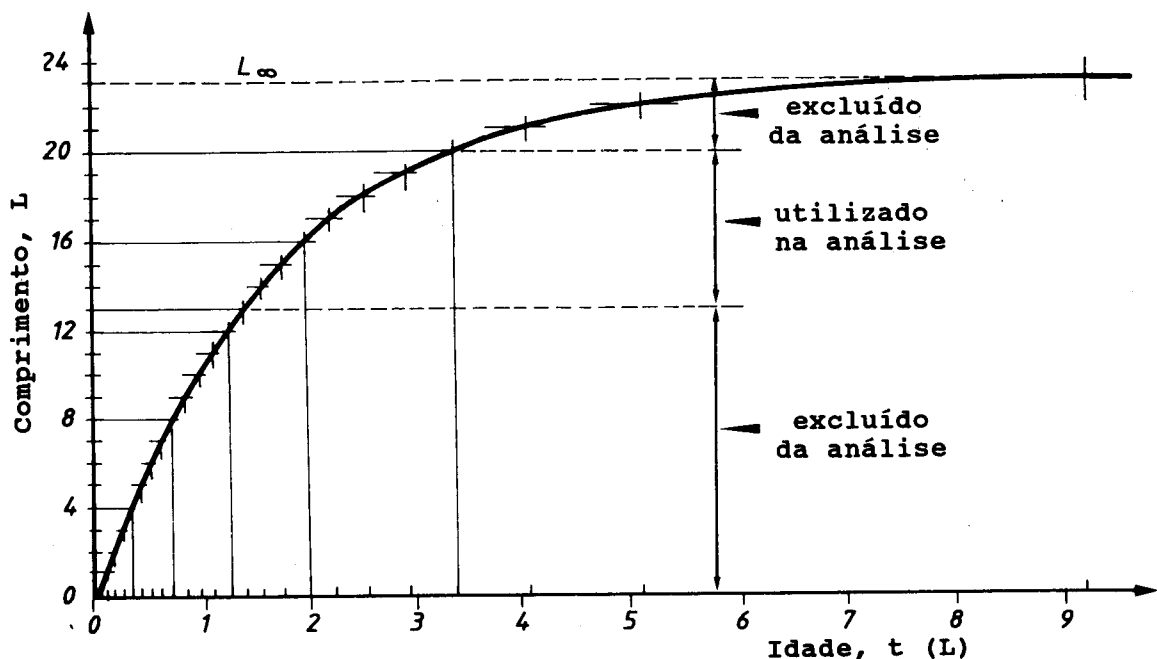


Fig. 4.4.5.1 Conversão das classes de comprimento de 1 cm de *Upeneus vittatus* em grupos de idade, pela equação:

$$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} \ln(1 - L/L_\infty) \quad (t_0 = 0, K = 0.59 \text{ e } L_\infty = 23.1)$$

peixes grandes. Por exemplo, *Upeneus vittatus* leva menos de meio ano para crescer de 4 a 8 cm, mas bastante mais de um ano para crescer de 16 a 20 cm.

Os peixes maiores nas capturas são geralmente grandes, porque cresceram mais rápido que os outros peixes, e não porque eles sejam mais velhos, como assumimos da equação inversa de von Bertalanffy.

Como exemplo considere a separação em coortes com distribuição normal da amostra de distribuição de frequências de comprimento na Fig. 3.2.2.2. A classe de comprimento 15-16 cm está formada somente por membros da coorte da primavera de 1983 (como se pode ver na Tabela 3.2.1.1), enquanto a classe 45-46 cm contém três coortes:

1. Membros da coorte de outono 1981 que cresceram muito rápido
2. Membros da coorte da primavera de 1981 que cresceram média e rapidamente
3. Membros da coorte de outono de 1980 que cresceram medianamente.

A idade correspondente a um determinado comprimento pode ser calculada, se  $t_0$  é ignorado ou considerado como tendo o valor 0.

Seja a idade  $t$  correspondente a  $L_1$  e a idade  $t+\Delta t$  a  $L_2$ :

$$L_1 = L(t) \text{ e } L_2 = L(t+\Delta t)$$

De acordo com esta correspondência entre o intervalo de idade  $[t, t+\Delta t]$  e o intervalo de comprimento  $[L_1, L_2]$ , podemos trocar a notação para o número de indivíduos capturados:

$$C(t, t+\Delta t) = C(L_1, L_2)$$

Neste contexto  $\Delta t$  significa o tempo que leva em média um peixe para crescer desde o comprimento  $L_1$  até ao comprimento  $L_2$ . Para obter o valor de  $\Delta t$  basta subtrair os dois valores resultantes da aplicação da equação inversa de von Bertalanffy (Eq. 3.3.3.2) por  $L_1$  e  $L_2$  respectivamente, obtendo:

$$\Delta t = t(L_2) - t(L_1) = \frac{1}{K} \ln \frac{L_\infty - L_1}{L_\infty - L_2} \quad (4.4.5.1)$$

Assim,  $\Delta t$  pode ser calculado directamente dos parâmetros de crescimento  $K$ , e  $L_\infty$  e dos comprimentos  $L_1$  e  $L_2$  correspondentes, assim como também subtraindo, naturalmente,  $t(L_1)$  de  $t(L_2)$ .

O termo  $(t+\Delta t/2)$  da Eq. 4.4.4.2 pode também ser convertido em uma expressão de comprimento ( $L_1$  e  $L_2$ ), baseado na sugestão de Pauly, segundo a qual o ponto médio do intervalo de idade  $(t+\Delta t/2)$  pode ser convertido em um ponto médio expresso em comprimentos se assumirmos que:

$t(L_1) + \Delta t/2$  é aproximadamente igual a

$$\frac{t(L_1) + t(L_2)}{2} = t_0 - \frac{1}{K} \ln \left( 1 - \frac{L_1 + L_2}{2L_\infty} \right) \quad (4.4.5.2)$$

Destas equações a chamada "curva de captura linearizada convertida para comprimentos" pode ser derivada:

$$\ln \frac{C(L_1, L_2)}{\Delta t(L_1, L_2)} = c - z * t \left( \frac{L_1 + L_2}{2} \right) \quad (4.4.5.3)$$



Esta não é mais que uma equação linear, onde

$$y = \ln \frac{C(L1, L2)}{\Delta t(L1, L2)}, \quad x = t\left(\frac{L1+L2}{2}\right) \quad \text{e o declive da recta (b) é } -Z.$$

Assim, dado um conjunto de dados de frequências de comprimentos e os parâmetros de crescimento  $K$  e  $L_{\infty}$ , é possível estimar  $Z$ .

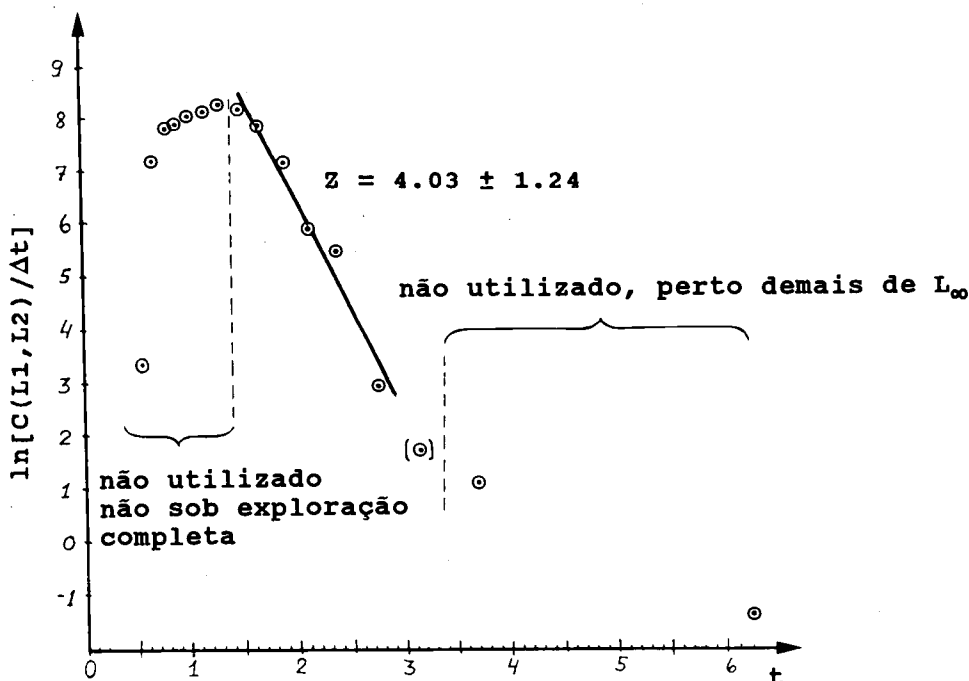
**Exemplo 14: Curva de captura baseada em dados de composição de comprimento, *Upeneus vittatus***

Um exemplo da aplicação da Eq. 4.4.5.3 é dado na Tabela 4.4.5.1 baseado nos dados de *Upeneus vittatus* da Baía de Manila (Ziegler, 1979). Os dados de entrada são capturas em número por classe de comprimento (colunas A e B) bem como os valores de  $L_{\infty}$  e  $K$ . Então  $t(L1)$  (coluna C) é calculado pela Eq. 3.3.3.2 e  $\Delta t$  (coluna D) a partir da coluna C ou pela Eq. 4.4.5.1, enquanto  $t((L1+L2)/2) = x$  (coluna E) é derivado da coluna C ou directamente pela Eq. 4.4.5.2 e  $\ln(C(L1, L2)/\Delta t) = y$  (coluna F) das colunas B e D.

O próximo passo é marcar  $x$  contra  $y$  num sistema de eixos (Fig. 4.4.5.2) e decidir quais os pontos a serem incluídos na análise de regressão, da qual o declive  $b$  corresponde a  $-Z$ .

Os limites de confiança são calculados para vários números de observações, de forma a determinar a melhor estimativa de  $Z$ . (Um processo similar deve ser aplicado no Exercício 4.4.5)

Como no caso da curva de captura baseada em idades (ver Tabela 4.4.3.1), algumas das observações foram excluídas da análise de regressão na Tabela 4.4.5.1. As primeiras sete classes de comprimento (6-13 cm) formam a parte ascendente da curva correspondendo a peixes que ainda não estão completamente recrutados à pescaria. As quatro últimas classes de comprimento também foram excluídas, devido às seguintes razões:



**Fig. 4.4.5.2** Curva de captura linearizada baseada em dados de composição de comprimentos do *Upeneus vittatus* (de Ziegler, 1979). Compare com a Tabela 4.4.5.1

- 1) Amostras com pequeno número de indivíduos (como na curva de captura linearizada com base em idades);
- 2) A relação próximo de  $L_{\infty}$ , entre a idade,  $t(L)$ , e o comprimento,  $L$ , torna-se muito incerta (ver o problema discutido na Secção 3.3.3 para o modelo de von Bertalanffy).

**Tabela 4.4.5.1** Curva de captura linearizada baseada em dados de composição de comprimento do *Upeneus vittatus* da Baía de Manila, Filipinas (de Ziegler, 1979).  
 $L_{\infty} = 23.1$  cm,  $K = 0.59$  por ano. (Ver Fig.4.4.5.1)

A	B	C	D	E	F	G	H
L1-L2	C(L1,L2)	t(L1)	$\Delta t$	$t\left(\frac{L1+L2}{2}\right)$	$\ln \frac{C(L1,L2)}{\Delta t}$	Z	obser- vações
		a)	b)	c) (x)	(y)		
6- 7	3	0.510	0.102	0.56	3.38	-	não
7- 8	143	0.612	0.109	0.67	7.18	-	usados,
8- 9	271	0.721	0.116	0.78	7.76	-	não
9-10	318	0.837	0.125	0.90	7.86	-	estão
10-11	416	0.961	0.134	1.03	8.04	-	total-
11-12	488	1.096	0.146	1.17	8.11	-	mente
12-13	614	1.242	0.160	1.32	8.25	-	explor.
13-14	613	1.402	0.177	1.49	8.15	-	porção
14-15	493	1.579	0.197	1.67	7.83	-	usada
15-16	278	1.776	0.223	1.88	7.13	2.64	na aná-
16-17	93	2.000	0.257	2.12	5.89	3.61	lise de
17-18	73	2.257	0.303	2.40	5.48	3.20	regressão
18-19	7	2.560	0.370	2.74	2.94	4.03	
19-20	2	2.930	0.473	3.15	1.44	4.19	
20-21	2	3.404	0.659	3.70	1.11	-	não usado
21-22	0	4.064	1.094	4.53	-	-	prox.
22-23	1	5.160	4.047	6.19	-1.40	-	demais
23-24	1	-	-	-	-	-	de $L_{\infty}$

Pormenores das cinco análises de regressão

L1-L2	de- clive b Z	número de obs. n	distrib. Student 95% $t_{n-2}$	variância do declive $sb^2$	limites de confiança $Z \pm t_{n-2} * sb$
13-14	-	1	-	-	-
14-15	-	2	-	-	-
15-16	2.64	3	12.70	0.198	$2.64 \pm 5.65$
16-17	3.61	4	4.30	0.283	$3.61 \pm 2.28$
17-18	3.20	5	3.18	0.121	$3.20 \pm 1.11$
18-19	4.03	6	2.78	0.198	$4.03 \pm 1.24$
19-20	4.19	7	2.57	0.087	$4.19 \pm 0.76$

- a) Eq. 3.3.3.2
- b) Eq. 4.4.5.1
- c) Eq. 4.4.5.2

O segundo argumento acima é muito importante para a curva de captura linearizada em comprimentos, sendo uma boa razão para nunca usar os pontos correspondentes aos peixes das classes de comprimento maiores.

Voltemos agora ao exemplo da Tabela 4.4.5.1. Somente os dados correspondentes às classes de comprimento entre 13 cm e 20 cm foram usados para a análise. Para verificar a sensibilidade do resultado em função da escolha dos pontos a serem excluídos dos cálculos, a inclinação  $b = Z$  foi calculada com 3, 4... e 7 pontos, como se pode ver na parte inferior da Tabela 4.4.5.1. A primeira estimativa de  $Z$  foi calculada só com os dados dos comprimentos entre 13 e 16 cm, o próximo  $Z$  com os de 13 a 17 cm, ...etc. Os intervalos de confiança foram calculados usando o método descrito na Seção 2.4. Neste caso, a conclusão é: usando as seis classes, desde 13 a 19 cm, o valor de  $Z$  deve estar entre  $4.03-1.24 = 2.8$  e  $4.03+1.24 = 5.2$  por ano. Para as classes entre 16 e 20 cm,  $Z \cdot \Delta t > 1$  não é um valor pequeno, e, portanto, a aproximação assumida na curva de captura, na qual  $\ln[1 - \exp(-x)] = \ln x - x/2$ , (ver Seção 4.4.4), é grosseira neste caso.

(Ver **Exercício(s)** na Parte 2).

#### 4.4.6 Curva de captura acumulada baseada em dados de composição de comprimento. (Método de Jones e van Zalinge)

Para converter a "curva de captura acumulada" (Eq.4.4.4.1) em uma equação que possa ser utilizada para uma análise baseada em comprimentos, a equação inversa de von Bertalanffy (Eq. 3.3.3.2)

$$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} \ln\left(1 - \frac{L}{L_\infty}\right)$$

deve ser substituída na equação da curva de captura acumulada (Eq. 4.4.4.1):

$$\ln C(t, \infty) = d - Z \cdot t$$

o que resulta:

$$\ln C(L, L_\infty) = d - Z \cdot \left[ t_0 - \frac{1}{K} \ln\left(1 - \frac{L}{L_\infty}\right) \right]$$

e pode ser convertida em:

$$\ln C(L, L_\infty) = d - Z \cdot t_0 - \frac{Z}{K} \ln L_\infty + \frac{Z}{K} \ln(L_\infty - L)$$

Como os primeiros três termos são constantes, podem receber nova denominação:

$$a = d - Z \cdot t_0 - \frac{Z}{K} \ln L_\infty$$

Obtendo assim a "Equação de Jones e van Zalinge":

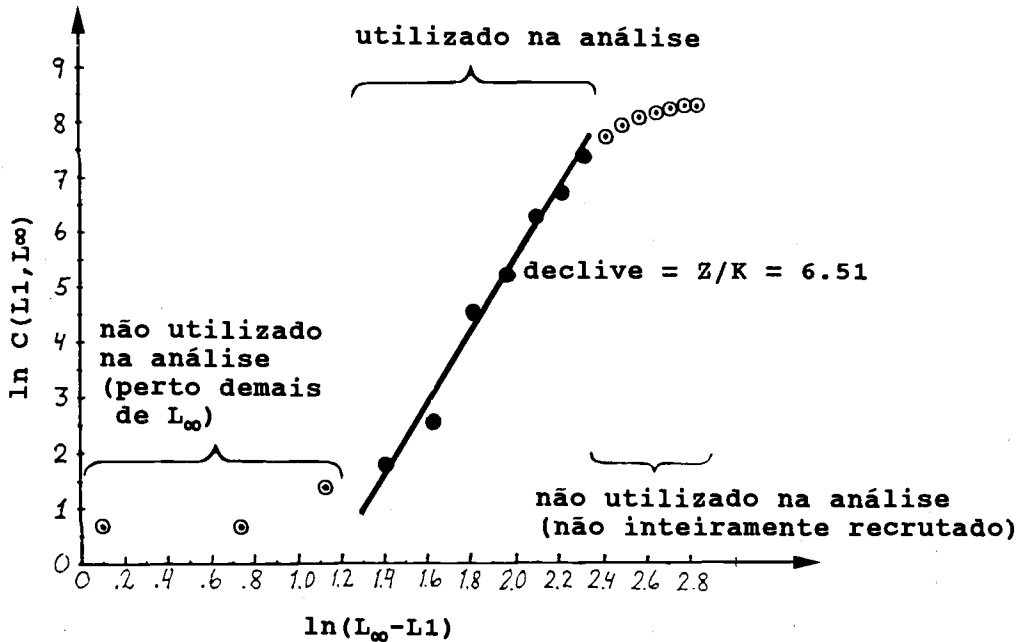
$$\ln C(L, L_\infty) = a + \frac{Z}{K} \ln(L_\infty - L) \quad (4.4.6.1)$$

onde  $C(L, L_\infty)$  significa a captura acumulada dos peixes a partir do comprimento  $L$ . O declive estimado pela regressão linear da Eq. 4.4.6.1 representa  $Z/K$ , e portanto uma estimativa de  $Z$  é obtida através de:

$$Z = K \cdot \text{inclinação}$$

**Exemplo 15: Método de Jones e van Zalinge, *Upeneus vittatus***

A Tabela 4.4.6.1 e a Fig. 4.4.6.1 mostram uma aplicação da Eq. 4.4.6.1 para *Upeneus vittatus* (os mesmos dados usados na secção anterior). Note que os dados básicos para aplicação deste método são também provenientes de uma amostra, e não do total capturado (ver Secções 4.4.4 e 4.4.5). Os resultados da análise de Jones e van Zalinge usando as classes de 13 e 19 cm são similares aos obtidos com a análise anterior da curva de captura linearizada (Tabela 4.4.5.1).



**Fig. 4.4.6.1** Curva de captura acumulada baseada em dados de composição de comprimentos para *Upeneus vittatus*. A recta desenhada foi estimada a partir de sete pontos. Dados da Tab. 4.4.6.1

**4.4.7 Resumo dos métodos das curvas de captura linearizadas**

A Fig. 4.4.7.1 mostra um resumo das diversas versões da curva de captura linearizada (Eq. 4.4.2.1) discutidas na Secção 4.4. Todas elas originaram-se na equação de captura (ou equação de Baranov), a Eq. 4.2.7. Foram apresentados os seguintes modelos, três baseados em dados de composição em idades:

- 1) Curva de captura linearizada com intervalos de tempo constantes Eq. 4.4.3.1
- 2) Curva de captura linearizada com intervalos de tempo variáveis Eq. 4.4.4.2 (Eq. 4.4.3.1 generalizada)
- 3) Curva de captura acumulada Eq. 4.4.4.1

e dois baseados em dados de composição de comprimentos:

- 4) Curva de captura linearizada convertida para comprimentos, 4.4.5.3, derivada da Eq. 4.4.4.2
- 5) Método de Jones e van Zalinge. 4.4.6.1, derivado da Eq. 4.4.4.1

Sparre (1990) observou que existem problemas com métodos de avaliação de mananciais baseados em comprimentos, quando o crescimento é sazonal, e em particular com o método da curva de captura baseada em comprimentos. Na mesma edição da Fishbyte, Pauly (1990) descreveu um novo método para construção da curva de captura convertida para comprimentos. O erro em estimar Z para pequenas espécies de vida curta, que estão sujeitas a fortes variações sazonais no crescimento devido a mudanças nas condições ambientais, é em grande parte atenuado por este método. O autor fornece valores para Z muito menores que os obtidos com os métodos convertidos em comprimentos descritos nas Secções 4.4.5 e 4.4.6.

**Tabela 4.4.6.1** Curva de captura acumulada baseada em dados de composição de comprimentos para *Upeneus vittatus* da Baía de Manila, Filipinas (de Ziegler, 1979)  
 $L_{\infty} = 23.1$  cm,  $K = 0.59$  por ano (ver Fig. 4.4.6.1)

L1-L2	captura	captura acumulada	ln da captura acumulada		declive		observa.
	C(L1,L2)	C(L1,L <sub>∞</sub> )	ln C(L1,L <sub>∞</sub> ) (Y)	ln(L <sub>∞</sub> -L1) (x)	Z/K		
6- 7	3	3816	8.25	2.84	-	não usa-	
7- 8	143	3813	8.25	2.78	-	dos, não	
8- 9	271	3670	8.21	2.71	-	estão sob	
9-10	318	3399	8.13	2.65	-	explora-	
10-11	416	3081	8.03	2.57	-	ção total	
11-12	488	2665	7.89	2.49	-		
12-13	614	2177	7.69	2.41	-		
13-14	613	1563	7.35	2.31	-	parte	
14-15	493	950	6.86	2.21	-	usada	
15-16	278	457	6.12	2.09	5.61	na aná-	
16-17	93	179	5.19	1.96	6.20	lise de	
17-18	73	86	4.45	1.81	5.98	regres-	
18-19	7	13	2.56	1.63	6.86	são	
19-20	2	6	1.79	1.41	6.51		
20-21	2	4	1.39	1.13	-	não usa-	
21-22	0	2	0.69	0.74	-	dos, proxi-	
22-23	1	2	0.69	0.10	-	mos demais	
23-24	1	1	0.00	-2.30	-	a L <sub>∞</sub>	

Pormenores das 5 análises de regressão:

L1-L2	de-	nº de	distrib.	variância	limites de
	clive*K	observ.	Student	do declive	confiança Z
	Z	n	95%	sb <sup>2</sup>	Z ± K*t <sub>n-2</sub> *sb
			t <sub>n-2</sub>		
13-14	-	1	-	-	-
14-15	-	2	-	-	-
15-16	3.30	3	12.71	0.131	3.30 ± 2.71
16-17	3.66	4	4.30	0.118	3.66 ± 0.87
17-18	3.53	5	3.18	0.047	3.53 ± 0.41
18-19	4.05	6	2.78	0.202	4.05 ± 0.74
19-20	3.84	7	2.57	0.110	3.84 ± 0.50

**MODELO GERAL DA CURVA DE CAPTURA LINEARIZADA**

$$\ln C(t_1, t_2) = d - Z \cdot t_1 + \ln[1 - \exp(-Z \cdot (t_2 - t_1))] \quad (\text{Eq. 4.4.2.1})$$

Modelos baseados em composição de idades	$\Delta t = t_2 - t_1$ é constante <b>CURVA DE CAPTURA LINEARIZADA COM INTERVALOS DE TEMPO CONSTANTES</b> $\ln C(t, t + \Delta t) = g - Z \cdot t$ (Eq. 4.4.3.1)	
	$\Delta t = t_2 - t_1$ é variável	
	$\Delta t = \text{pequeno}$ <b>CURVA DE CAPTURA LINEARIZADA COM INTERVALOS DE TEMPO VARIÁVEIS</b> $\ln \frac{C(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = c - Z \cdot (t + \Delta t / 2)$ (Eq. 4.4.4.2)	$\Delta t = \infty$ <b>EQUAÇÃO DA CURVA DE CAPTURA ACUMULADA</b> $\ln C(t, \infty) = d - Z \cdot t$ (Eq. 4.4.4.1)
Conversão das idades para comprimentos	$\Delta t(L_1, L_2) = \frac{1}{K} \cdot \ln \frac{L_\infty - L_1}{L_\infty - L_2}$ (Eq. 4.4.5.1) e $t + \Delta t / 2 \approx t_0 - \frac{1}{K} \cdot \ln(1 - \frac{L_1 + L_2}{2L_\infty})$ (Eq. 4.4.5.2)	$t(L) = t_0 - \frac{1}{K} \cdot \ln(1 - \frac{L}{L_\infty})$ (Eq. 3.3.3.2)
Modelos baseados em composição de comprimentos	<b>CURVA DE CAPTURA LINEARIZADA CONVERTIDA PARA COMPRIMENTOS</b> $\ln \frac{C(L_1, L_2)}{\Delta t(L_1, L_2)} = c - Z \cdot t(\frac{L_1 + L_2}{2})$ (Eq. 4.4.5.3)	<b>MÉTODO DE JONES E VAN ZALINGE</b> $\ln C(L, L_\infty) = a + \frac{Z}{K} \cdot \ln(L_\infty - L)$ (Eq. 4.4.6.1)

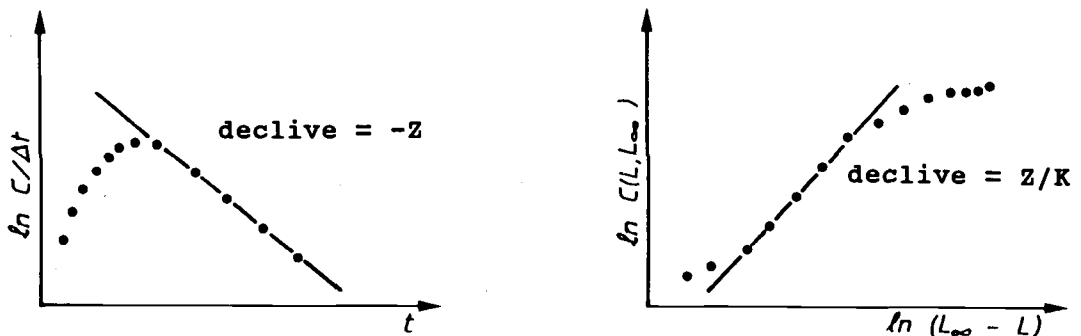


Fig. 4.4.7.1 Resumo dos modelos apresentados na Secção 4.4

#### 4.5 EQUAÇÕES DE BEVERTON E HOLT PARA ESTIMAR Z

O primeiro método que apresentaremos nesta secção permite estimar Z a partir do comprimento médio nas capturas e dos parâmetros K e  $L_{\infty}$  da equação de von Bertalanffy. Portanto, são requeridos menos dados para este método do que para os métodos da curva de captura linearizada, para os quais o tamanho relativo (não necessariamente o absoluto) da composição das capturas deve ser conhecida (ver Secção 4.4.4 a 4.4.6). No entanto, o cálculo da equação de Beverton e Holt para estimar Z, é um pouco mais complicada do ponto de vista matemático. A seguir tenta-se demonstrar e justificar o método através de um exemplo numérico, evitando os cálculos matemáticos. É demonstrado também que mesmo  $L_{\infty}$  pode ser estimado junto com uma estimacção de Z/K.

Assumindo que foram colhidas amostras da composição por comprimentos das capturas nos anos 1960, 1970 e 1980, e que os resultados são os apresentados na Tabela 4.5.0.1. O exemplo é construído com um conjunto de dados hipotéticos, ou seja, um conjunto de dados de que se conhece previamente os parâmetros. As classes de comprimento representam somente a parte do manancial que está sob exploração total (ver a discussão na Secção 4.4.5) e onde Z é assumido como constante. Evidentemente, Z pode ser diferente para os três anos em questão.

Além disso, devemos conhecer os parâmetros K e  $L_{\infty}$  de von Bertalanffy. Para o exemplo da Tabela 4.5.0.1 estes são:

$$K = 0.3 \text{ por ano, } L_{\infty} = 100 \text{ cm}$$

**Tabela 4.5.0.1 Composição em comprimentos de amostras de capturas (exemplo hipotético para ilustrar o método). Os comprimentos médios foram calculados como demonstra a Secção 2.1 (Tabela 2.1.2).  $L'$  é o comprimento a partir do qual os peixes estão sob exploração total**

ano	1960	1970	1980	1960	1970	1980	
classe de comprimento $L_1-L_2$	compr. médio $\frac{L_1+L_2}{2}$	número capturado C			número * comp. médio $C * \frac{L_1+L_2}{2}$		
$L' = 45-50$	47.5	256	268	212	12160.0	12730.0	10070.0
50-55	52.5	237	226	161	12442.0	11865.0	8452.5
55-60	57.5	211	180	116	12132.5	10350.0	6670.0
60-65	62.5	187	141	79	11687.5	8812.5	4937.5
65-70	67.5	161	105	52	10867.5	7087.5	3510.0
70-75	72.5	138	76	31	10005.0	5510.0	2247.5
75-80	77.5	113	50	17	8757.5	3875.0	1317.5
80-85	82.5	87	30	8	7177.5	2475.0	660.0
85-90	87.5	62	15	3	5425.0	1312.5	262.5
90-95	92.5	36	6	1	3330.0	555.0	92.5
95-100	97.5	12	1	0	1170.0	97.5	0.0
<b>Total, n</b>		<b>1500</b>	<b>1098</b>	<b>680</b>			
$\Sigma C * \frac{L_1+L_2}{2}$					<b>95154.5</b>	<b>64670.0</b>	<b>38220.0</b>
$\bar{L} = (\Sigma C * \frac{L_1+L_2}{2}) / n$					<b>63.44</b>	<b>58.90</b>	<b>56.21</b>

As Figs. 4.5.0.1A1\_a 4.5.0.1A3 mostram as distribuições de comprimento. O comprimento médio  $\bar{L}$  tem uma tendência decrescente com o tempo. Assim, em 1980 num determinado comprimento sobreviveram menos peixes comparando com 1970 e com 1960. Se esta alteração do comprimento médio do manancial é causada apenas por alteração da mortalidade por pesca, vem que:

$$(F \text{ em } 1960) < (F \text{ em } 1970) < (F \text{ em } 1980)$$

Em outras palavras, quanto menor o comprimento médio na captura, maior é o F. Sob suposição que M permanece constante, a mesma conclusão vem para a mortalidade total,  $Z = F+M$ .

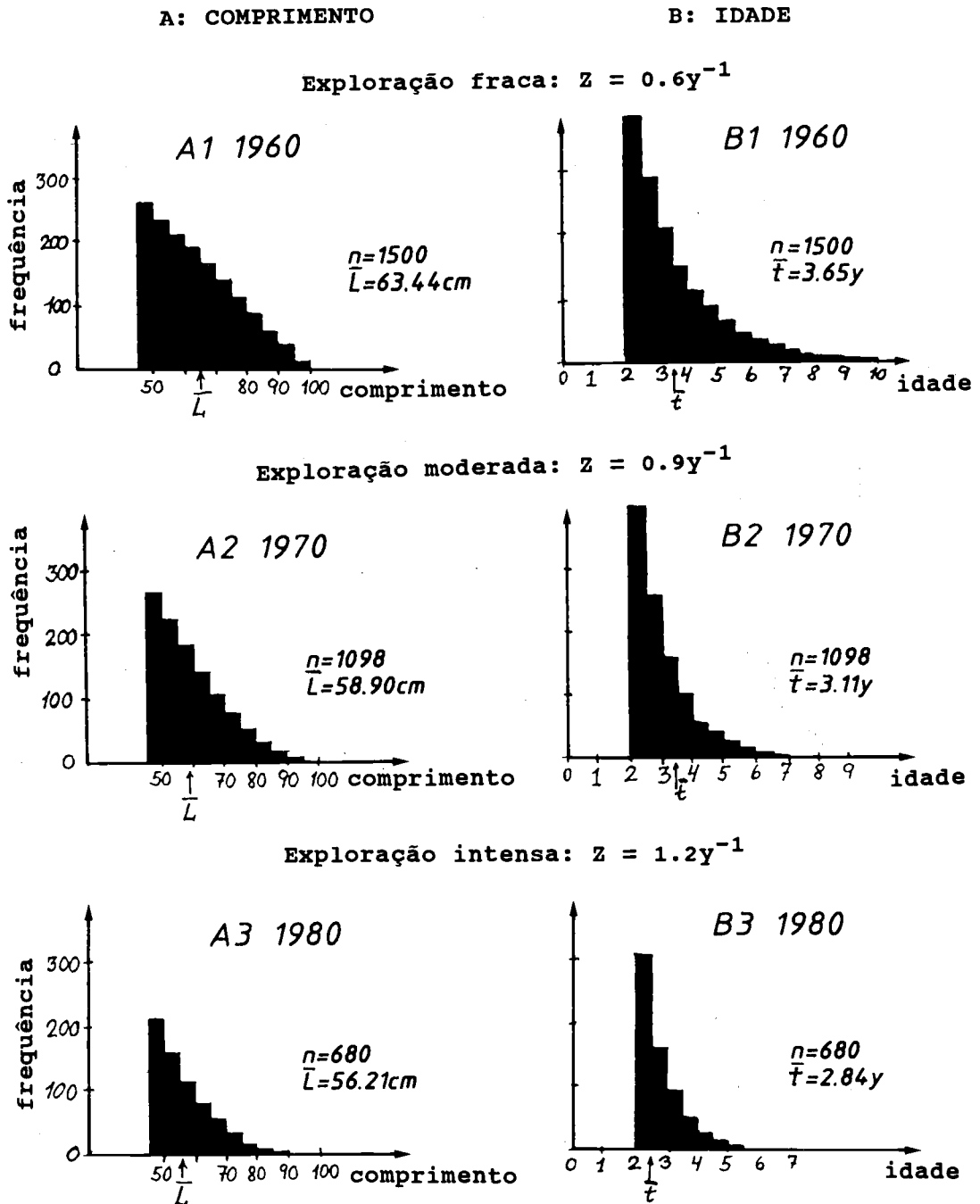


Fig. 4.5.0.1 Exemplo hipotético para ilustrar a equação de Beverton e Holt para estimar Z (Eq. 4.5.0.1).  $K = 0.3$ ,  $L' = 45$  cm e  $L_{\infty} = 100$  cm



#### 4.5.1 Equação de Beverton e Holt para Z, baseada em dados de comprimento

Beverton e Holt (1956) demonstraram que a relação funcional entre Z e  $\bar{L}$  é:

$$Z = K \frac{L_{\infty} - \bar{L}}{\bar{L} - L'} \quad (4.5.1.1)$$

Onde  $\bar{L}$  é o comprimento médio dos peixes com comprimento  $L'$  ou maiores, sendo  $L'$  o "comprimento a partir do qual todos os peixes deste comprimento ou maiores sofrem exploração total". Note que  $L'$  é o limite inferior do intervalo da classe correspondente. Para a escolha de  $L'$ , são válidos os mesmos comentários das Secções 4.4.2 e 4.4.6. No nosso exemplo foi escolhido  $L' = 45$  cm.

Os valores de Z para os três anos, no exemplo, são (compare com a Tabela 4.5.0.1 e Fig. 4.5.0.1A):

$$Z(1960) = 0.3 \frac{100.0 - 63.44}{63.44 - 45.0} = 0.6 \text{ por ano}$$

$$Z(1970) = 0.3 \frac{100.0 - 58.90}{58.90 - 45.0} = 0.9 \text{ por ano}$$

$$Z(1980) = 0.3 \frac{100.0 - 56.21}{56.21 - 45.0} = 1.2 \text{ por ano}$$

O método está melhor discutido na Secção 4.5.4.

(Ver **Exercício(s)** na Parte 2).

#### 4.5.2 Equação de Beverton e Holt para Z, baseada em dados de idades

Assim como para a curva de captura linearizada, o método de Beverton e Holt baseado em comprimentos, tem um método paralelo baseado em idades. É mencionado principalmente porque ilustra uma característica básica da teoria de Beverton e Holt (Secção 1.3).

A composição em idades correspondente à composição em comprimentos da Tabela 4.5.0.1 é mostrada na Tabela 4.5.2.1 e na Fig. 4.5.0.1B. O mesmo raciocínio usado para o comprimento médio pode ser aplicado para a idade média: quanto maior é a mortalidade por pesca, menor é a idade média,  $\bar{t}$ , na captura, ou quanto maior a idade média, menor o F. Isto pode ser considerado uma implicação da relação funcional existente entre idade e comprimento. No entanto, a verdadeira relação entre idade média e comprimento médio é um pouco complicada. Deve ser notado que a equação de von Bertalanffy não transforma a idade média em comprimento médio, porque o crescimento não é linear.

A equação paralela à Eq. 4.5.1.1, baseada em idades é um pouco mais simples. Beverton e Holt demonstraram que:

$$Z = \frac{1}{\bar{t} - t'} \quad (4.5.2.1)$$

onde  $\bar{t}$  é a idade média de todos os peixes de idade  $t'$  ou mais velhos, e  $t'$  é "uma idade a partir da qual todos os peixes desta idade ou mais velhos sofrem exploração total". No exemplo temos que a idade,  $t'$ , correspondente a  $L' = 45$  cm é

$$t'(45) = t_0 - \frac{1}{K} \ln(1 - L/L_{\infty}) = 0 - \frac{1}{0.3} \ln(1 - 45/100) = 1.99 \text{ ano}$$

e

$$Z(1960) = \frac{1}{3.65-2.0} = 0.6 \text{ por ano}$$

$$Z(1970) = \frac{1}{3.11-2.0} = 0.9 \text{ por ano}$$

$$Z(1980) = \frac{1}{2.84-2.0} = 1.2 \text{ por ano}$$

**Tabela 4.5.2.1** Composição etária das amostras apresentadas na Tabela 4.5.0.1

grupo de idade	1960	1970	1980
2.0- 2.5	390	399	308
2.5- 3.0	289	255	169
3.0- 3.5	214	162	92
3.5- 4.0	150	103	52
4.0- 4.5	118	66	28
4.5- 5.0	97	42	15
5.0- 5.5	64	27	8
5.5- 6.0	48	17	6
6.0- 6.5	35	11	2
6.5- 7.0	26	7	-
7.0- 7.5	19	4	-
7.5- 8.0	14	3	-
8.0- 8.5	11	2	-
8.5- 9.0	8	-	-
9.0- 9.5	6	-	-
9.5-10.0	4	-	-
10.0-10.5	3	-	-
10.5-11.0	2	-	-
11.0-11.5	2	-	-
tamanho da amostra	1500	1098	680
Σ número *idade	5475	3415	1931
idade média, $\bar{t}$	3.65	3.11	2.84

#### 4.5.3 Equação de Beverton e Holt para Z baseada no tamanho de primeira captura

Existe uma terceira versão da equação, que matematicamente é equivalente à Eq. 4.5.1.1, mas conceptualmente diferente. Considere, por exemplo, a "curva de selectividade da arte", para uma rede de arrasto, como mostra a Fig. 4.5.3.1. O eixo vertical representa a percentagem de peixes que entrando na rede é retida pela malha.  $L_c$ , ou  $L_{50\%}$ , é o comprimento no qual 50% dos peixes deste tamanho são retidos pela rede e 50% escapam através da malha. Note que  $L_c < L'$ . (No Capítulo 6 discutiremos mais propriedades da curva de selectividade).

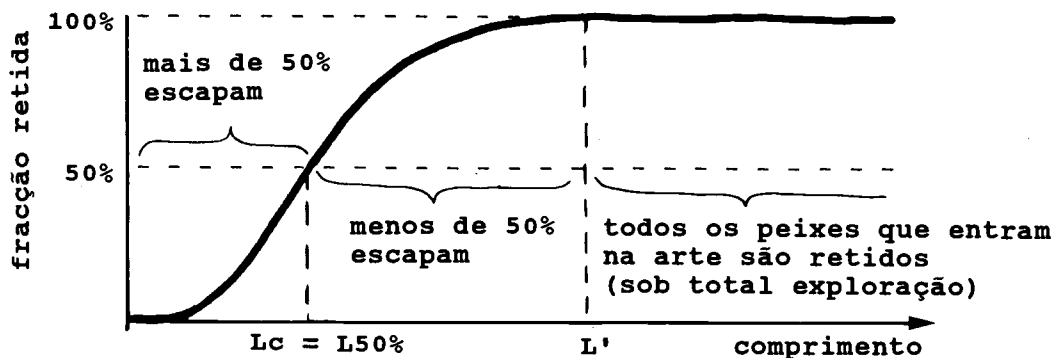


Fig. 4.5.3.1 Curva de selectividade da arte

A versão da equação de Beverton e Holt neste caso é:

$$Z = K \frac{L_{\infty} - \bar{L}C}{\bar{L}C - Lc} \quad (4.5.3.1)$$

onde  $Lc$  é o "comprimento no qual 50% dos peixes que entraram na rede são retidos" e  $\bar{L}C$  é o "comprimento médio da captura total".

A Eq. 4.5.3.1 tem se mostrado muito útil nos casos em que estimações de  $Lc$  e  $\bar{L}C$  estão disponíveis, e  $L$  e  $L'$  não são conhecidos.

#### 4.5.4 Método de Powell-Wetherall

Powell (1979), discutido em Wetherall et al. (1987), sugere uma aplicação particular da Eq. 4.5.1.1 na qual podem ser estimados  $L_{\infty}$  e  $Z/K$ . Como  $L'$  pode assumir qualquer valor igual ou maior que o menor comprimento a partir do qual todos os peixes sofrem exploração total, a Eq. 4.5.1.1 pode dar uma série de estimações de  $Z$ , dependendo do valor de  $L'$  escolhido. Isto permite transformar a Eq. 4.5.1.1 numa análise de regressão com  $L'$  como variável independente. Uma série de manipulações algébricas mostram que a Eq. 4.5.1.1 é equivalente a:

$$\bar{L} - L' = a + b \cdot L' \quad (4.5.4.1)$$

onde

$$Z/K = -(1+b)/b \quad \text{e} \quad L_{\infty} = -a/b \quad (4.5.4.2)$$

ou  $b = -K/(Z+K)$  e  $a = -b \cdot L_{\infty}$

Assim, marcando  $\bar{L} - L'$  contra  $L'$  obtemos uma regressão linear, e a partir dos seus parâmetros,  $a$  e  $b$ , podemos estimar  $L_{\infty}$  e  $Z/K$  (ver Fig. 4.5.4.1).

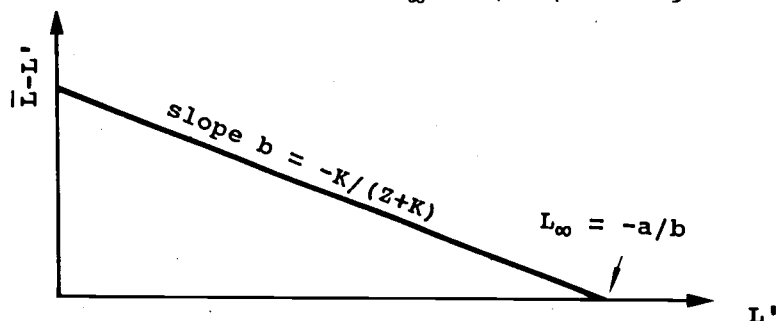


Fig. 4.5.4.1 Gráfico de Powell-Wetherall

Powell (1979) na verdade apresentou uma série de diferentes fórmulas adequadas para Z/K, das quais a Eq. 4.5.4.1 representa a aproximação mais simples. O método de Powell é especialmente adequado para situações que pouco ou nada se conhece sobre um determinado manancial de peixes. A estimação de  $L_{\infty}$  é neste caso muito útil (comparar com Secção 3.3.2).

Deve ser lembrado que, assim como na fórmula de Beverton e Holt (Eq. 4.5.1.1) o método baseia-se na suposição da existência de um sistema de parâmetros constantes, o que reduz a sua aplicabilidade.

**Exemplo 16: Método de Powell-Wetherall**

Um exemplo do método de Powell-Wetherall é dado na Tabela 4.5.4.1 e na Fig. 4.5.4.2. Os cálculos para L começam com o comprimento médio da classe de maior comprimento, neste caso 46 cm. O próximo valor de L é calculado assim:  $(46*3+44*10)/13 = 44.462$  e L' é o limite inferior de cada classe de comprimento. Os valores de L-L' são obtidos subtraindo-se de L o correspondente valor de L'. Por exemplo,  $46.000-45 = 1.000$  e  $44.462-43 = 1.462$ . Estes valores são então marcados contra L', de forma a permitir uma última avaliação dos pontos que se encontram em linha recta e portanto possam ser incluídos na análise de regressão linear. Neste exemplo os últimos dois pontos foram excluídos, porque representam muito poucos peixes. (Note que o mesmo conjunto de dados foi usado para ilustrar a ogiva de selectividade estimada de uma curva de capturas, ver Secção 6.5)

**Tabela 4.5.4.1 Método de Powell-Wetherall (ver Fig. 4.5.4.2). Os mesmos dados foram usados na Tabela 6.5.1**

intervalo de comprimento L1-L2 (x) = L1	número capturado C(L1,L2)	compr. médio dos peixes maiores que L', L	$\bar{L}-L'$ (y)	
3- 5	37	21.101	18.101	
5- 7	56	21.291	16.291	
7- 9	86	21.552	14.552	não
9-11	129	21.917	12.917	usados
11-13	188	22.419	11.419	na
13-15	258	23.101	10.101	análise
15-17	319	23.998	8.998	
17-19	352	25.108	8.108	
19-21	351	26.394	7.394	
21-23	324	27.801	6.801	
23-25	283	29.279	6.279	
25-27	239	30.792	5.792	
27-29	196	32.320	5.320	
29-31	158	33.852	4.852	usados
31-33	123	35.392	4.392	na
33-35	93	36.926	3.926	análise
35-37	69	38.447	3.447	
37-39	48	39.982	2.982	
39-41	31	41.516	2.516	
41-43	18	43.032	2.032	
43-45	10	44.462	1.462	não
45-47	3	46.000	1.000	usados
intersecção a:	11.671	limites de confiança de a: [11.64 , 11.70]		
declive b:	-0.2349	limites de confiança de b: [-.2359 , -0.2340]		
$L_{\infty} = -a/b =$	49.7	$Z/K = -(1+b)/b = 3.26$		

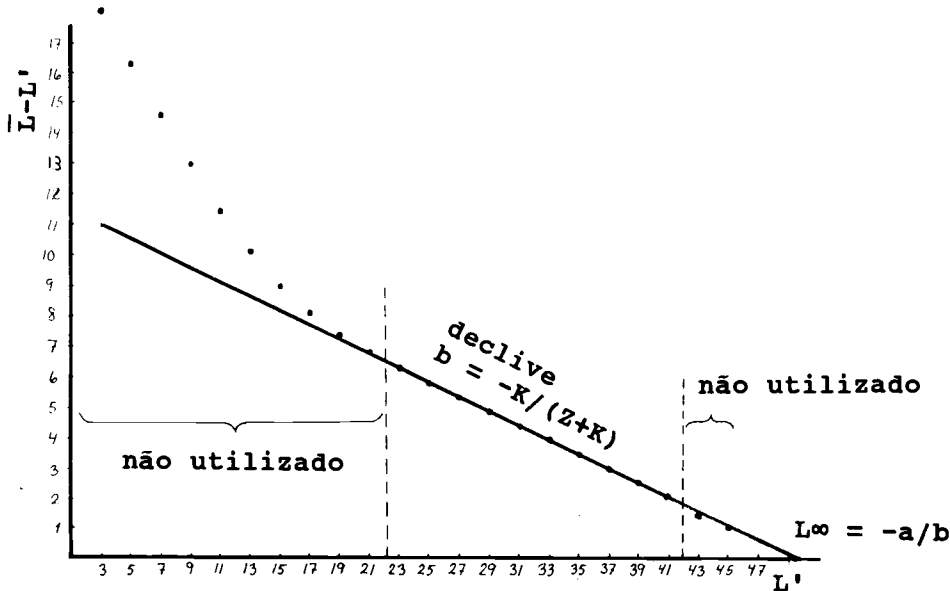


Fig. 4.5.4.2 Gráfico de Powell-Wetherall baseado nos dados da Tabela 4.5.4.1

**Programas de computador**

O programa "BHZWET" no pacote LFSA para microcomputadores (Sparre, 1987) pode executar a análise de Powell assim como a estimação de Z pela equação de Beverton e Holt. O pacote "COMPLEAT ELEFAN" (Gayanilo, Soriano e Pauly, 1988) e o FISAT também contém programas similares.

**4.6 GRÁFICO DE Z OCONTRA O ESFORÇO PARA ESTIMAR SEPARADAMENTE F E M**

A estimação de Z derivada dos métodos descritos nas secções anteriores pode, por vezes, ser usada para estimar F, a mortalidade por pesca e M, a mortalidade natural. Isto só é possível se existir pares de valores de estimações de Z e do esforço para uma série de períodos de tempo cobrindo uma grande amplitude de valores do esforço.

Seja Z(y) a mortalidade total e f(y) o esforço, no ano y. O método (Paloheimo, 1958, 1961 e 1980) está baseado na Eq. 4.2.3:  $Z = F+M$ , e na suposição que o esforço e a mortalidade por pesca estão relacionados simplesmente pela Eq. 4.3.0.7:  $F(y) = q*f(y)$ , onde q é o coeficiente de capturabilidade. Substituindo a Eq. 4.3.0.7 na Eq. 4.2.3 resulta:

$$Z(y) = M + q*f(y) \tag{4.6.1}$$

Com Z como variável dependente e f como variável independente a Eq. 4.6.1 é uma regressão linear com declive q e a mortalidade natural, M, como intersecção. A mortalidade por pesca para o período y, F(y), é calculada de:

$$F(y) = Z(y) - M$$

**Exemplo 17: Estimação de M e de q, de um peixe tropical**

A Tabela 4.6.1 e Fig. 4.6.1 mostram uma aplicação da Eq. 4.6.1 para *Selaroides leptolepis* no Golfo da Tailândia (de Boonyubol e Hongskul, 1978). Neste caso, Z é calculado pela Eq. 4.5.3.1, ou seja, a partir de Lc, o comprimento de 50% de retenção e  $\bar{L}_c$ , a média de comprimentos de todos os peixes na captura. O esforço é dado em milhões de horas de arrasto por ano. A Fig. 4.6.1 mostra o gráfico de Z contra o esforço.

Usando a regressão linear obtemos:

declive:  $q = 0.2532$   
 intersecção:  $M = 2.034$  por ano

Os limites de confiança calculam-se como descrito na Secção 2.4:

$$sq^2 = \frac{1}{n-2} * [ \left( \frac{sy}{sx} \right)^2 - q^2 ] = \frac{1}{6} * [ \left( \frac{0.7724}{2.7423} \right)^2 - 0.2532^2 ] = 0.002533$$

$$sq = 0.0503$$

$$sM^2 = sq^2 * \left( \frac{n-1}{n} * sx^2 + \bar{x}^2 \right) =$$

$$0.002533 * \left( \frac{7}{8} * 2.7423^2 + 4.7813^2 \right) = 0.07457 \quad sM = 0.2731$$

Os limites de confiança a 95% para q e M são

$$q: [q - sq * t_{n-2}, q + sq * t_{n-2}] =$$

$$[0.253 - 0.0503 * 2.45, 0.253 + 0.0503 * 2.45] = [0.13, 0.38]$$

$$M: [M - sM * t_{n-2}, M + sM * t_{n-2}] =$$

$$[2.03 - 0.2731 * 2.45, 2.03 + 0.2731 * 2.45] = [1.36, 2.70]$$

**Tabela 4.6.1** Dados para a estimação de M e de q para *Selaroides leptolepis* no Golfo de Tailândia (de Boonyubol e Hongskul, 1978).  
 $K = 1.16$  por ano,  $L_c = 10.0$  cm,  $L_\infty = 20.0$  cm

ano y	esforço <sup>a)</sup> f(y)	comprimento médio $\bar{L}_c$ cm	$Z = K * \frac{L_\infty - \bar{L}_c}{\bar{L}_c - L_c}$ (Eq. 4.5.3.1)
1966	2.08	13.25	2.41
1967	2.08	13.01	2.69
1968	3.50	12.99	2.72
1969	3.60	13.07	2.62
1970	3.80	12.37	3.73
1971	-	-	sem dados
1972	7.19	12.30	3.88
1973	9.94	12.01	4.61
1974	6.06	12.60	3.30

a) esforço em milhões de horas de arrasto

As estimações de M e de q obtidas por este método não são precisas. Por exemplo, baseiam-se na suposição de que o esforço é proporcional à mortalidade por pesca, ou seja, de que q é constante - uma suposição que pode ser sempre questionada devido à tendência a aumentar a eficiência na pesca. Uma hora de arrasto em 1970 pode não provocar a mesma mortalidade que uma hora de arrasto em 1980, porque os barcos de pesca estavam melhor equipados em 1980 (redes mais eficientes, motores mais potentes) que em 1970. Se é o caso, no nosso exemplo da Fig. 4.6.1 as observações mais recentes deveriam ser movidas para o lado direito, para compensar o aumento na eficiência, o que corresponderia a expressar todo o esforço em unidades de horas de arrasto de 1966. O resultado seria um declive menor e uma intersecção maior, ou seja, a estimação de M seria maior e a de q menor.

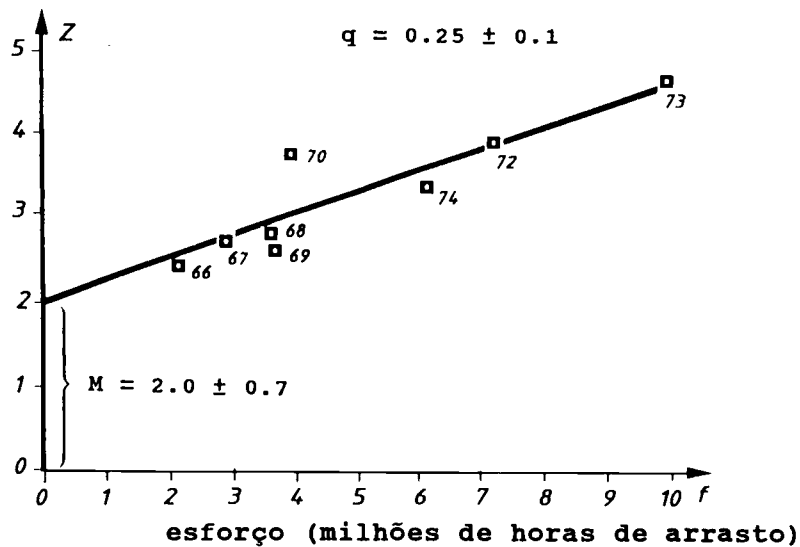


Fig. 4.6.1 Gráfico da mortalidade total, Z, contra o esforço, f, para estimar a mortalidade natural, M, e coeficiente de capturabilidade, q. Baseado nos dados da Tabela 4.6.1 (de Boonyubol e Hongskul, 1978)

Note que a aplicação deste método somente é possível se existir uma evidente variação nos valores do esforço durante o período considerado (ver Exercício 4.6). Se o esforço (a variável independente) permanecer constante durante o período não poderemos ajustar uma recta aos pontos.

Na Secção 4.7 continuaremos a discussão sobre a mortalidade natural, e sugerimos dois métodos simples alternativos para estimar M. Todos os métodos simples para estimar M são questionáveis e para avaliar a qualidade do M estimado, é sempre recomendável comparar os resultados com métodos alternativos e com valores de M estimados para espécies similares.

(Ver Exercício(s) Parte 2).

#### 4.7 MORTALIDADE NATURAL

Um método para estimar o coeficiente de mortalidade natural, M, já foi introduzido na Secção 4.6. Muitos outros procedimentos têm sido sugeridos na literatura. A maioria deles, ou talvez todos, permitem apenas uma estimação aproximada ou um "suposição qualificada". Alguns destes métodos são usados muito frequentemente e outros poderão vir a ser mais usados no futuro. Por esta razão merecem ser discutidos.

Relembramos que a mortalidade natural é a mortalidade criada por todas as outras causas que não são a pesca, ou seja, predação incluindo canibalismo, doenças, "stress" devido à desova, fome, e velhice. A predação, a fome e algumas outras causas estão ligadas ao ecossistema ambiental. A mesma espécie pode ter diferentes taxas de mortalidade natural em diferentes áreas, dependendo da densidade dos predadores ou competidores, cuja abundância é influenciada pelas actividades da pesca.

Como medidas directas de M são frequentemente impossíveis de serem obtidas, tem-se tentado identificar valores que sejam proporcionais a M e que sejam mais fáceis de serem quantificáveis (ou estimados).

Foi demonstrado que o parâmetro de curvatura, K, da equação de von Bertalanffy está correlacionado com a longevidade (Beverton e Holt, 1959), esta por sua vez está relacionada com a mortalidade (Tanaka, 1960; Holt, 1965 e Saviile, 1977) (ver Eq. 4.5.2.1). Outros métodos que envolvem a longevidade serão tratados na Secção 4.7.1.

Duma maneira geral, as espécies com um alto valor de K têm valores de M altos, e espécies com valores de K baixos têm uma baixa mortalidade natural. Uma espécie de crescimento lento (K baixo) não pode ter uma mortalidade alta; se assim fosse, extinguiu-se rapidamente. Beverton e Holt (1959) encontraram que os valores da relação M/K variam, na maioria das vezes, entre 1.5 e 2.5.

A mortalidade natural de uma espécie deve também estar relacionada com  $L_{\infty}$  ou com o peso máximo,  $W_{\infty}$ , pois os peixes maiores encontram menos predadores do que os peixes pequenos. Foi sugerido que M poderia ser estimado a partir do tamanho do corpo de certos animais (Taylor, 1960, para bivalves; Peterson e Wroblewski, 1984, para peixes pelágicos).

Rikhter e Efanov (1976) (Secção 4.7.3) demonstraram que peixes com uma mortalidade natural alta atingem a maturação mais cedo, ou sejam começam a reproduzir-se mais cedo para compensar a alta mortalidade, M. Também pode ser mencionado que Gunderson e Dygert (1988) encontraram uma relação entre M e o índice gonadossomático (peso da gônada/peso do corpo). Isto parece razoável, porque os peixes devem compensar a alta mortalidade produzindo mais ovos.

Mais ainda, como a maioria dos processos biológicos se aceleram a altas temperaturas (naturalmente que dentro de certos limites) podemos imaginar que a mortalidade natural também está relacionada com a temperatura ambiental. A fórmula empírica de Pauly (Secção 4.7.2) descreve M como sendo uma função de K,  $L_{\infty}$  e T, a temperatura do ambiente.

#### 4.7.1 Mortalidade natural e longevidade

Intuitivamente, a longevidade parece estar mais ligada à mortalidade que a K,  $L_{\infty}$  ou à temperatura do ambiente. O conceito básico dos coeficientes de mortalidade foi discutido na Secção 4.2 (Ver Fig. 4.2.1). Alagaraja (1984) sugere outra maneira de ilustrar o conceito do coeficiente de mortalidade. Ele definiu o ciclo de vida (ou longevidade) de uma espécie como a idade na qual 99% da coorte estaria morta se fosse exposta apenas à mortalidade natural (ou seja se  $Z = M$ ). Se  $T_m$  significar a longevidade e  $M_{1\%}$  a mortalidade natural correspondente a 1% dos sobreviventes, então:

$$M_{1\%} = -\ln(0.01)/T_m \quad (4.7.1.1)$$

**Tabela 4.7.1.1 Valores de M para as várias longevidades**

Tm	(meses)	3	4	5	6	7	8	10	12
M1%	por ano	18	14	11	9	8	6.9	5.5	4.6
M0.1%	por ano	28	21	17	14	12	10.4	8.3	6.9

Tm	(anos)	2	3	4	5	6	8	10	15	20
M1%	por ano	2.3	1.5	1.2	0.92	0.77	0.58	0.46	0.31	0.23
M0.1%	por ano	3.5	2.3	1.7	1.38	1.15	0.86	0.77	0.69	0.63

A Tabela 4.7.1.1 mostra um conjunto de valores de M definidos para a longevidade de 99%, assim como para a longevidade de 99.9%.

A Tabela 4.7.1.1 pode ser usada como uma primeira tentativa grosseira de estimar mortalidades em conjunto com uma análise de progressão de modas (particularmente para espécies tropicais). Se, por exemplo, na análise de progressão modal (ver Secção 3.4.2) encontram-se um número significante



(mais de 1%) de indivíduos com idade superior a três anos, não deve ser aceite uma mortalidade  $Z$  maior do que 1.5. Caso sejam encontrados muitos poucos indivíduos com mais de três anos (menos do que 1 por mil) pode-se aceitar uma mortalidade maior que 2.3.

Sendo a longevidade tão difícil de ser observada tal como a mortalidade natural, a relação entre ambas não nos proporciona um método simples de estimar  $M$ , mas os conceitos são apresentados de um modo que talvez facilite a compreensão. A facilidade ou não de determinar a longevidade de uma certa espécie depende da dificuldade de determinar a idade dos indivíduos mais velhos. Se a idade dos indivíduos mais velhos pode ser lida nas estruturas duras e se o manancial não está sendo explorado pela pesca, será relativamente fácil obter uma estimação de  $T_m$ .

Os aspectos acima mencionados foram discutidos por Hoenig (1983), que também desenvolveu um modelo para estimar  $Z$  a partir de observações de longevidade. Este modelo é basicamente o mesmo que o de Alagaraja (1984), mas aplica-se a  $Z$  em lugar de  $M$ . Hoenig achou a seguinte equação linear baseada em observações de  $Z$  e de  $T_m$ :

$$\ln Z = a + b \cdot \ln T_m \text{ com}$$

$$a = 1.46 \text{ e } b = -1.01 \text{ para peixes}$$

(com base em 84 manancias de 53 espécies) e

$$a = 1.23 \text{ e } b = -0.832 \text{ para moluscos}$$

(com base em 28 manancias de 13 espécies)

Os resultados acima foram obtidos principalmente com dados de mananciais não explorados. Hoenig sugere que a idade máxima,  $T_m$ , deve ser estimada dos "indivíduos mais velhos" da amostra. Este procedimento, no entanto, é um pouco problemático pois a estimação de  $T_m$  depende do tamanho da amostra e da proporção da amostra que seja considerada representativa dos "indivíduos mais velhos".

Finalmente deve-se dar ênfase que a suposição de que  $M$  permanece constante para todos os grupos de idade (comprimento) dentro da mesma espécie, é altamente irrealista para certas idades. É evidente que um indivíduo menor está exposto a uma maior mortalidade por predação de que um maior, simplesmente pelo facto de que animais menores têm mais predadores do que animais maiores e esta diferença na mortalidade por predação, (que é talvez a maior causa da mortalidade natural para peixes pequenos) deve ser relativamente alta.

De facto, quando se estimou mortalidades por predação em análise de coortes multiespecíficas combinada com dados sobre conteúdos estomacais, o Grupo de Trabalho do ICES em multiespécies (ICES, 1986; Gislason e Sparre, 1987), encontrou que a mortalidade do grupo 0 dos peixes do Mar do Norte era 10 vezes maior que a do grupo 2 (ver também Secção 10.2).

#### 4.7.2 Fórmula empírica de Pauly

Pauly (1980b) fez uma análise de regressão de M (por ano) contra K (por ano),  $L_{\infty}$  (cm) e T (temperatura média da superfície em graus centígrados), com base nos dados de 175 diferentes manancias de peixes, e estimou a relação linear empírica.

$$\ln M = -0.0152 - 0.279 \cdot \ln L_{\infty} + 0.6543 \cdot \ln K + 0.463 \cdot \ln T \quad (4.7.2.1)$$

A Tabela 4.7.2.1 mostra valores de M por ano calculados pela "fórmula de Pauly" para várias combinações de  $L_{\infty}$ , K e T. Deve ser tomado em conta que as estimações de M obtidas através da Eq. 4.7.2.1 pertencem à categoria de "suposições qualificadas".

**Tabela 4.7.2.1 Mortalidade natural (por ano) calculada pela fórmula de Pauly para várias combinações de  $L_{\infty}$ , K e T**

$L_{\infty}$	K	T = 5 C°				T = 25 C°			
		0.1	0.5	1.0	2.0	0.1	0.5	1.0	2.0
10		0.24	0.7	1.1	1.7	0.51	1.5	2.3	3.6
80		0.14	0.38	0.6	1.0	0.29	0.8	1.3	2.0
200		0.10	0.30	0.47	0.7	0.22	0.6	1.0	1.6

A Eq. 4.7.2.1 pode ser correcta para um "peixe típico", mas pode não se aplicar a um determinado manancial de peixes. A fórmula indica que:

1. Peixes pequenos têm mortalidade natural alta
2. Peixes com crescimento rápido têm mortalidade alta
3. Quanto mais quente a água, maior a mortalidade natural

Isto implica que qualquer outro aspecto que possa influenciar a mortalidade natural é considerado "um ruído aleatório em torno da linha de regressão" (Eq. 4.7.2.1). Outros aspectos podem ser, por exemplo, o comportamento (agregação em cardumes, pelágico/demersal), a fisiologia da reprodução, o ecossistema (abundância de predadores). Pauly (1983) sugere a multiplicação por 0.8 para aplicar a fórmula da Eq. 4.7.2.1 a peixes em cardumes, de maneira a reduzir a estimacão em 20%:

$$M = 0.8 \cdot \exp[-0.0152 - 0.279 \cdot \ln L_{\infty} + 0.6543 \cdot \ln K + 0.463 \cdot \ln T] \quad (4.7.2.2)$$

Deve ser tomado em conta também que a qualidade dos dados que serviram de base para a análise de regressão da qual foi derivada a Eq. 4.7.2.1 pode ser questionada. Para chegar à Eq. 4.7.2.1 Pauly precisou de "observações" de M, que, como já foi discutido acima, são muito difíceis de serem obtidas. Qualquer valor de M usado para a estimacão da Eq. 4.7.2.1 pode ser questionável. Por isso, é recomendável usar apenas uma casa decimal quando se apresentam os resultados da Eq. 4.7.2.1. Para algumas espécies o resultado parece ser duas vezes ou metade do que deveria ser. No entanto, quando não existe nenhuma outra informação sobre M, como na maioria dos casos, não devemos duvidar em aplicar a Eq. 4.7.2.1 ou a fórmula de Rikhter e Efanov discutida na Secção 4.7.3. Na realidade, somente para mananciais virgens, não explorados, ( $M = Z$ ) é que estamos em condições de estimar M.

Note que a fórmula de Pauly é baseada somente em mananciais de peixes, e que o resultado depende de como foram medidos os peixes (comprimento total, comprimento padrão, comprimento furcal, etc). Porém, como a equação de Pauly dá apenas uma estimacão grosseira de M, podemos ignorar este pormenor. Não usar a fórmula de Pauly para crustáceos, moluscos, cefalópodes ou quaisquer outros invertebrados, pois a fórmula não se aplica a estes grupos.

#### 4.7.3 Fórmula de Rikhter e Efanov

Beverton e Holt (1959) investigaram a relação existente entre a longevidade,  $T_m$  e a relação  $L_m/L_\infty$ , onde  $L_m$  é o comprimento da primeira maturação sexual. Holt (1962) observou também, que geralmente é aceite que a relação  $L_m/L_\infty$  é aproximadamente 2/3 (com uma média de 0.64 e valores mínimos e máximos de 0.3 e 0.9, respectivamente).

Continuando estas investigações de dinâmica comparativa para mananciais de espécies de altas latitudes Rikhter e Efanov (1976) mostraram que existe uma associação entre  $M$  e  $T_{m50\%}$ , a idade em que 50% da população está matura (também chamada de "idade de 1ª maturação"):

$$M = 1.521 / (T_{m50\%}^{0.720}) - 0.155 \text{ por ano} \quad (4.7.3.1)$$

Os autores sugerem também que  $T_{m50\%}$  é igual à "idade óptima" definida como sendo a idade na qual a biomassa de uma coorte atinge o máximo.

A Eq. 4.7.3.1 dá os seguintes valores para  $T_{m50\%}$ :

$T_{m50\%}$	4 meses	8 meses	1 ano	5 anos	10 anos
$M$	3.2	1.9	1.4	0.3	0.1