

## 5 MÉTODOS DE POPULAÇÃO VIRTUAL

Este capítulo trata basicamente dos mesmos problemas do Capítulo 4, no entanto, a análise e os dados requeridos são mais pormenorizados. Os métodos do Capítulo 4 poderiam ser aplicados a conjuntos de dados originados de pequenas amostras de capturas comerciais ou de cruzeiros de investigação, enquanto que os métodos no Capítulo 5 requerem estimações do número total capturado pela pesca comercial.

Os métodos (ou modelos) descritos neste capítulo estão estritamente relacionados com os descritos no Capítulo 8. No Capítulo 5 trata-se de métodos que podem ser usados para analisar o efeito que uma pescaria tem sobre uma determinada classe anual do manancial e o Capítulo 8 trata dos métodos que podem ser usados para prever o efeito futuro dos diferentes níveis do esforço de pesca. Estes últimos são geralmente baseados nos resultados dos primeiros. Os métodos que focam o passado, usando dados "históricos" são chamados "análise da população virtual (VPA) (virtual population analysis)" ou "análise de coortes", enquanto que os que visam o futuro são chamados "métodos de projecção" ou "métodos de Thompson e Bell".

A VPA e a análise de coortes foram desenvolvidos inicialmente como métodos baseados em idades. No entanto, nos anos recentes, os métodos baseados em comprimentos também têm sido desenvolvidos, o que é de particular interesse para as pescarias tropicais. Os métodos baseados em idades são discutidos nas Secções 5.1 e 5.2, enquanto que os métodos baseados em comprimentos são tratados nas Secções 5.3.

Foram também desenvolvidas versões da VPA multiespecíficas, mas fogem dos objectivos deste manual. Uma abordagem geral destes métodos é apresentada por Sparre, 1991.

Para aplicação desses métodos necessita-se de informações sobre as capturas, em termos do número de peixes. O desembarque total deve estar distribuído pelos grupos de idade (métodos baseados em idade) ou classes de comprimento (métodos baseados em comprimento). Os totais são obtidos pela ponderação da distribuição por idades ou comprimentos, das amostras aleatórias dos desembarques, usando informações sobre o total dos desembarques em toneladas. Tabelas de desembarque total em números, por idades ou comprimentos, por ano ou mês, têm que ser preparadas antes de iniciarmos a análise.

### 5.1 ANÁLISE DA POPULAÇÃO VIRTUAL (VPA)

A análise da população virtual ou VPA é basicamente uma análise das capturas da pesca comercial, obtida através da estatística das pescas, combinadas com informações detalhadas sobre qual a contribuição de cada coorte para as capturas, que é geralmente obtida através de programas de amostragens ou leituras de idades. A palavra "virtual", introduzida por Fry (1949) é baseada em uma analogia com a "imagem virtual", conhecida da física. Uma "população virtual" não é a população real, mas é a única que é mensurável.

A ideia que fundamenta o método é analisar aquilo que é mensurável, a captura, de forma a calcular a população que deve ter existido para produzir essa captura (ver Fig. 5.1.1).

O desembarque total de uma coorte durante o seu tempo de vida é a primeira estimação do número de recrutas daquela coorte. É, no entanto, uma sub-estimação uma vez que alguns peixes devem ter morrido por causas naturais. Dada uma estimacão de  $M$  podemos fazer um retrocálculo e determinar quantos peixes daquela coorte estavam vivos ano a ano e, finalmente, quantos recrutas haviam. Ao mesmo tempo podemos determinar os valores do coeficiente de mortalidade de pesca  $F$ , já que foram calculados os sobreviventes e sabemos quantos deles foram capturados em um ano particular.

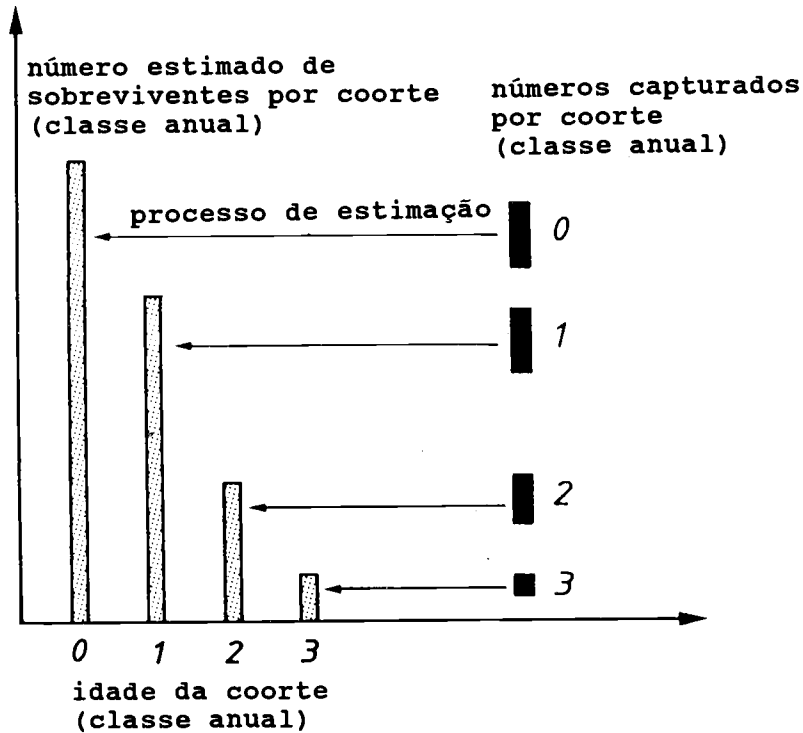


Fig. 5.1.1 Aspectos básicos da VPA. Para mais explicações ver texto

Portanto, a VPA lida com a população numa perspectiva histórica. A vantagem de utilizar uma VPA é que, uma vez conhecida a história dessa pescaria, torna-se mais fácil prever as capturas futuras, que é geralmente um dos objectivos mais importantes dos cientistas pesqueiros.

Uma revisão completa do desenvolvimento dos métodos da VPA é dada por Megrey (1989). O método originou-se na URSS, onde Derzhavin (1922) foi provavelmente o primeiro a combinar dados de idade com estatísticas de capturas. O método foi redescoberto por Fry (1949) e posteriormente modificado por muitos outros autores, incluindo Gulland (1965) e Pope (1972). As modificações feitas por Pope são geralmente referidas como "análise de coortes de Pope" e serão discutidas separadamente na Secção 5.2.

Pauly (1984) e Jones (1984) fizeram revisões práticas dos métodos da VPA, e também de outros.

A maneira mais fácil de explicar os conceitos da VPA é seguir um exemplo baseado em dados reais.

**Exemplo 18: Análise da população virtual (VPA), badejo do Mar do Norte**

Os dados apresentados na Tabela 4.4.3.1 são os necessários para se efectuar a análise da população virtual, VPA, isto é, o número total capturado por grupos de idade no total das capturas comerciais. Para expor os conceitos da VPA, vamos considerar a coorte de 1974 do badejo, números sublinhados na Tabela 4.4.3.1. A anotação usada é a mesma da Secção 4.4.3.  $C(y, t, t+1)$  = número capturado no ano  $y$  com idades entre  $t$  e  $t+1$  anos (em milhões).

Os números capturados (em unidades de milhões) foram:

$C(1974,0,1)$	=	599	,	número	capturado	entre	a	idade	de	0	a	1
$C(1975,1,2)$	=	860	,	número	capturado	entre	a	idade	de	1	a	2
$C(1976,2,3)$	=	1071	,	número	capturado	entre	a	idade	de	2	a	3
$C(1977,3,4)$	=	269	,	número	capturado	entre	a	idade	de	3	a	4
$C(1978,4,5)$	=	69	,	número	capturado	entre	a	idade	de	4	a	5
$C(1979,5,6)$	=	25	,	número	capturado	entre	a	idade	de	5	a	6
$C(1980,6,7)$	=	8	,	número	capturado	entre	a	idade	de	6	a	7

Iniciamos os cálculos a partir do fim, ou seja, com o número capturado entre as idades 6 e 7,  $C(1980,6,7) = 8$  milhões de peixes. Suponha que sabemos que a mortalidade natural foi  $M = 0.2$  por ano para todos os grupos de idade. Então se também soubéssemos a mortalidade por pesca para o grupo de idade entre 6 e 7 anos, o chamado grupo-6, poderíamos calcular quantos peixes haveriam no mar em 1 de Janeiro de 1980,  $N(1980,6)$ , de modo a proporcionar uma captura de 8 milhões de badejos em 1980, usando a equação de captura (Eq. 4.2.7):

$$C(1980,6,7) = N(1980,6) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z*(7-6))]$$

Se fizermos uma suposição inicial de  $F(1980,6,7) = 0.5$  por ano, então  $Z = 0.5 + 0.2 = 0.7$  e a equação de captura fica então:

$$8 = N(1980,6) * \frac{0.5}{0.7} * [1 - \exp(-0.7*(7-6))] = N(1980,6) * 0.36$$

assim  $N(1980,6) = \frac{8}{0.36} = 22.2$  milhões

Agora que sabemos o número de sobreviventes no início de 1980,  $N(1980,6)$ , que por sua vez, é igual ao número no fim de 1979, podemos calcular quantos indivíduos haveriam no mar em 1 de Janeiro de 1979 para que a captura durante 1979 fosse (em números):  $C(1979,5,6) = 25$  milhões.

No entanto, em vez de supor o valor de  $F$  podemos também agora calcular qual é a mortalidade por pesca correspondente a esta captura. Para tal utilizamos novamente a Eq. 4.2.7, mas agora conjuntamente com o modelo exponencial decrescente (Eq.4.2.6). (O termo  $(t_2-t_1) = (t+1-t)$  foi omitido porque é igual a 1 neste exemplo).

$$C(1979,5,6) = N(1979,5) * \frac{F}{Z} * [1 - \exp(-Z)] \quad (5.1.1)$$

e

$$N(1980,6) = N(1979,5) * \exp(-Z)$$

que é equivalente a:

$$N(1979,5) = N(1980,6) * \exp(Z) \quad (5.1.2)$$

Substituindo o valor de  $N(1980,6)$  por 22.2 milhões calculado acima temos:

$$N(1979,5) = 22.2 * \exp(Z)$$

Substituindo este resultado e o número capturado,  $C(1979,5,6) = 25$  milhões na Eq. 5.1.1 obtemos:

$$25 = 22.2 * \exp(Z) * \frac{F}{Z} * (1 - \exp(-Z))$$

que depois dos cálculos é equivalente a

$$\frac{25}{22.2} = \frac{F}{Z} * (\exp(Z) - 1)$$

Assume-se que M é 0.2, então substituindo  $Z = F+M = F+0.2$  obtemos:

$$1.126 = \frac{F}{F+0.2} * [\exp(F+0.2) - 1]$$

Desta forma obtivemos uma equação onde F é a única variável desconhecida. Resolvendo-a obtemos uma estimação de F. No entanto, a equação acima não pode ser resolvida com manipulações algébricas. A sua solução é obtida através do cálculo de tentativa e erro. Posteriormente, este problema técnico de ordem menor será discutido e veremos como pode ser contornado. Por enquanto, vamos esquecê-lo e aceitar que  $F = 0.696$  é a solução, isto é:

$$1.126 = \frac{0.696}{0.696+0.2} * [\exp(0.696+0.2) - 1]$$

De  $F = 0.696$  e  $M = 0.2$  podemos derivar

$$Z(1979, 5, 6) = M + F(1979, 5, 6) = 0.2+0.696 = 0.896$$

Com a estimação de  $Z(1979, 5, 6) = 0.896$ , o número de peixes do grupo-5 em 1 de Janeiro de 1979 é facilmente encontrado através do modelo decrescente (Eq. 5.1.2):

$$N(1979, 5) = N(1980, 6) * \exp(Z(1979, 5, 6)) \quad \text{ou}$$

$$N(1979, 5) = 22.2 * \exp(0.896) = 54.4 \text{ milhões}$$

Os resultados dos cálculos feitos anteriormente podem ser resumidos como se segue:

grupo idade t	ano y	nº capturado durante ano y C(y, t, t+1)	Mort. por pesca durante ano y F(y, t, t+1)	nº de sobreviventes em 1 Jan. do ano y N(y, t)
0	1974	599	↑	↑
1	1975	860		
2	1976	1071	↑	↑
3	1977	269		
4	1978	69	↑	↑
5	1979	25	0.70	54.4
6	1980	8	0.50 *)	22.2

\*) suposição inicial de F terminal

O próximo par  $N(1978, 4)$  e  $F(1978, 4, 5)$  pode ser calculado aplicando-se exactamente o mesmo processo utilizado para 1979. Desta maneira podemos "retroceder no tempo" estimando o número de sobreviventes e a mortalidade por pesca para cada grupo de idade (conforme indicado pelas setas).

Note que, ao contrário dos métodos da curva de capturas, não se assume que F (e Z) sejam constantes, mas sim cada grupo de idade pode ter um valor diferente de F. Este método fornece, deste modo, uma análise mais detalhada da população, que qualquer outro método apresentado até agora. As duas equações da VPA derivadas acima têm a seguinte forma geral:

$$\frac{C(y,t,t+1)}{N(y+1,t+1)} = \frac{F(y,t,t+1)}{M+F(y,t,t+1)} * \left[ \exp[F(y,t,t+1)+M] - 1 \right] \quad (5.1.3)$$

$$N(y,t) = N(y+1,t+1) * \exp[F(y,t,t+1)+M] \quad (5.1.4)$$

Para o ano 1978, no exemplo, obtemos:

$$\frac{C(1978,4,5)}{N(1979,5)} = \frac{69}{54.4} = 1.268, \text{ enquanto } M = 0.2$$

Substituindo estes valores na Eq. 5.1.3 obtemos por tentativa e erro:

$$F(y,t,t+1) = F(1978,4,5) = 0.757$$

e substituindo este valor de F e o número de sobreviventes em 1 de Janeiro 1979 na Eq. 5.1.4 obtemos o número de sobreviventes em 1 de Janeiro 1978:

$$N(1978,4) = N(1979,5) * \exp[F(1979,4,5)+M] = 54.4 * \exp[0.757+0.2] = 141.9$$

Repetindo o processo para os anos 1977 a 1974 obtêm-se as estimações da mortalidade por pesca e os números de indivíduos do manancial como mostrado na Tabela 5.1.1.

**Tabela 5.1.1 Resultados da VPA para a coorte de 1974 do badejo (dados da Tabela 4.4.3.1, números em milhões)**

grupo de idade t	ano y	nº capturado durante ano y C(y,t,t+1)	mort. por pesca durante ano y F(y,t,t+1)	nº de sobreviventes em 1 Jan. do ano y N(y,t)
0	1974	599	0.16	4390
1	1975	860	0.37	3054
2	1976	1071	1.11	1729
3	1977	269	0.99	465
4	1978	69	0.76	142
5	1979	25	0.70	54.4
6	1980	8	0.50 *)	22.2

\*) assume-se que é previamente conhecida

A Fig. 5.1.2 ilustra a dinâmica de uma coorte, descrita pela VPA, para o badejo do Mar do Norte (Tabela 5.1.1). Neste caso M é relativamente pequeno comparado com F, o que pode ser verificado se compararmos o número capturado (Eq. 4.2.8 com  $t_2-t_1 = 1$ ):

$$C(y,t,t+1) = F(y,t,t+1) * \bar{N}(y,t,t+1) \quad (5.1.5)$$

com o número de mortos naturais:

$$D(y,t,t+1) = M(y,t,t+1) * \bar{N}(y,t,t+1) \quad (5.1.6)$$

A Fig. 5.1.2 apresenta os resultados como o número de sobreviventes, N, mas poderíamos perfeitamente ter escolhido a mortalidade por pesca, F, como resultado final pois:

F e C determinam N e  
N e C determinam F

de forma que há uma correspondência entre N e F quando C e M são conhecidos.

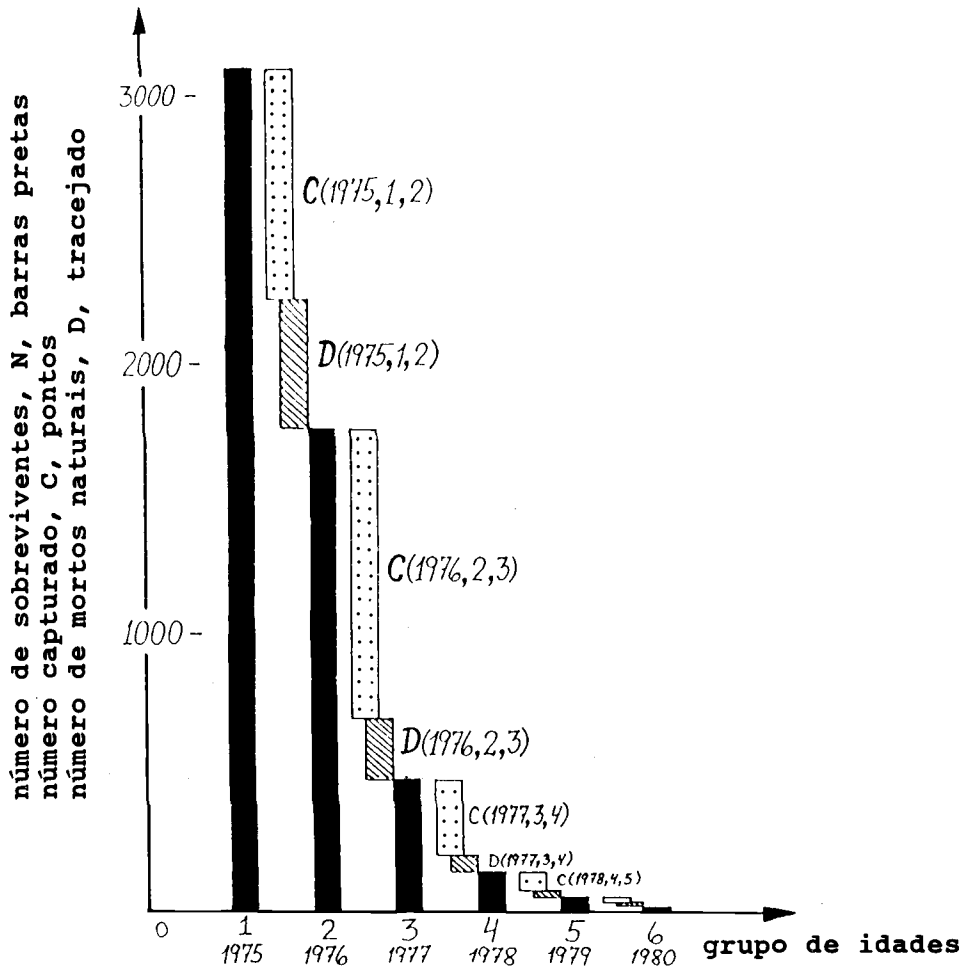


Fig. 5.1.2 Número de sobreviventes, N (barras pretas), número capturado,  $C = F \cdot N$  e número de mortos naturais,  $D = M \cdot N$ , calculados pela VPA da Tabela 5.1.1 para o badejo do Mar do Norte

VPA usando o grupo mais

No Exemplo 18 iniciámos com o cálculo de  $N(1980,6)$ , mas não mencionamos os peixes com mais de 6 anos de idade. Esta aproximação é correcta, pois não é necessário considerar os grupos mais idosos. No entanto, pode haver muitos peixes com mais de 6 anos, e passamos a querer considera-los, mas como são difíceis de os separar em grupos de idade, juntamo-os em um grupo chamado grupo mais. Ao considerar este grupo é necessário modificar as fórmulas correspondentes.

Voltando ao exemplo e substituindo  $C(1980,6,7)$  pelo grupo mais:

$$C(1980,6+) = C(1980,6,7) + C(1981,7,8) + C(1982,8,9) + \dots$$

onde a soma contem todos os sobreviventes em número, ou as capturas em número de todos os peixes com 6 anos ou mais de idade.

Assumimos ainda que a mortalidade por pesca é a mesma para todas as componentes do grupo mais:

$$F(1980,6+) = F(1980,6,7) = F(1981,7,8) = F(1982,8,9) = \dots$$

A equação da captura do grupo mais velho (ver Exemplo 18):

$$C(1980,6,7) = N(1980,6) * (F/Z) * (1 - \exp(-Z(7-6)))$$

deve agora ser substituída por

$$C(1980,6+) = N(1980,6) * (F/Z) * (1 - \exp(-Z(\infty-6)))$$

e porque  $[1 - \exp(-Z(\infty-6))] = 1 - 0 = 1$ , o último termo desaparece de modo que

$$C(1980,6+) = N(1980,6) * (F/Z)$$

Assim, geralmente, nos casos onde a primeira observação é um grupo mais, a VPA é iniciada por

$$C((y,t+) = N(y,t) * F(y,t+) / Z(y,t+) \quad (5.1.7)$$

Teoricamente, os resultados devem ser iguais quer o último grupo de idade seja ou não um grupo mais.

### O conceito de biomassa

O conceito de biomassa, associado à Tabela 5.1.1, é bastante directo, quando consideramos o peso de uma coorte num dado tempo; por exemplo, o peso de uma coorte no ano 1979 é  $N(1979,5) * w(5)$ , onde  $w(5)$  é o peso do corpo de um badejo de 5 anos de idade. Porém o conceito de biomassa que reflecte a coorte durante todo o seu tempo de vida é mais difícil de entender.

A biomassa média em 1 de Janeiro durante os 6 anos de vida da coorte é:

$$\frac{N(1974,0) * w(0) + N(1975,1) * w(1) + \dots + N(1974,6) * w(6)}{6}$$

A biomassa média anual poderia ser definida como:

$$\frac{\bar{N}(1974,0) * \bar{w}(0) + \bar{N}(1975,1) * \bar{w}(1) + \dots + \bar{N}(1974,6) * \bar{w}(6)}{6}$$

onde  $\bar{N}$  é definido pela Eq. 4.2.9 como  $t_2 - t_1 = 1$  e  $\bar{w}$  é o peso médio do corpo durante um ano. Os dois conceitos de biomassa são diferentes e não é evidente como e quando os usar. O mesmo tipo de problema surge quando se tenta definir o número médio de sobreviventes. Voltaremos ao conceito de biomassa nas seguintes secções.

### Aspectos básicos da VPA

Do número capturado em cada grupo de idade, a VPA estima quantos peixes deveriam haver no mar, para que fosse obtida aquela captura, supondo que a mortalidade natural é conhecida (ver Fig. 5.1.1). Se a captura constitui uma pequena fracção do manancial (isto é, se  $F$  é pequeno) a estimação do tamanho do manancial torna-se menos precisa. Assim, quanto maior a mortalidade por pesca mais fiável é a VPA.

Assume-se que a mortalidade natural,  $M$ , é conhecida a partir de estudos independentes da VPA, mas, na verdade, na maioria dos casos ela é desconhecida. A confiança da VPA depende também do valor de  $M$  em relação a  $F$ . Geralmente a estimação de  $M$  é uma "suposição qualificada", mas se  $M$  é pequeno em relação a  $F$ , não importa muito se a suposição de  $M$  é imprecisa. O significado de uma "suposição qualificada" foi discutido na Secção 4.7.

Uma série de equações só pode ter uma solução única apenas quando o número de equações se iguala ao número de variáveis desconhecidas. Se houver mais variáveis do que equações, haverá ilimitadas soluções.

No nosso caso, a série de equações utilizadas na VPA consiste em pares das Eqs. 5.1.3 e 5.1.4, para cada grupo de idade. Aparentemente, existem três variáveis desconhecidas em cada série de duas equações, que são  $N(y,t)$ ,  $N(y+1,t+1)$  e  $F(y,t,t+1)$ . No entanto, em todos os casos, com excepção da primeira série que utiliza o grupo mais velho,  $N(y+1,t+1)$  é conhecido a partir da solução da série de equações anterior, e ficamos, então, com duas variáveis em duas equações e, portanto, com uma solução única.

O problema com a primeira série de equações, que pertencem ao grupo mais idoso, pode ser resolvido fazendo uma suposição aceitável e formulando-a como uma equação adicional. Podemos então obter uma solução que é condicionada por esta suposição. A solução no caso de uma VPA é assumir um valor para  $F$  do grupo mais idoso, o chamado "F terminal".

Por exemplo, podíamos assumir que o  $F$  terminal é igual ao  $F$  do segundo grupo de maior idade, de modo que a equação adicional será:

$$F_7 = F_6 \quad (\text{assumindo que 7 é o grupo mais idoso})$$

Temos então quatro equações, duas séries de Eqs. 5.1.3 e 5.1.4, com quatro variáveis desconhecidas:  $F_7$ ,  $N_7$ ,  $N_6$  e  $N_5$ .

No caso em que há mais equações do que variáveis desconhecidas não há, geralmente, solução. Neste caso usamos uma análise de regressão para determinar o melhor "ajuste" aos dados com o objectivo de encontrar uma solução, e podemos calcular limites de confiança. Na análise de regressão o conceito de "variáveis desconhecidas" substitui-se pelo conceito de "parâmetros".

Para calcular os intervalos de confiança dos parâmetros estimados, o número de observações tem que ser maior que o número de parâmetros. O número de parâmetros na VPA (os  $N$ 's e  $F$  para o grupo de idade mais velho) é igual ao número de observações (os  $C$ 's) mais um. Desta forma não é possível calcular os limites de confiança dos  $N$ 's estimados (ou dos  $F$ 's dos outros grupos de idade).

Os dados usados no Exemplo 18 para ilustrar a VPA foram obtidos a partir das leituras directas de idade (otólitos). No entanto, os dados de entrada poderiam ter sido derivados de séries temporais de dados de frequências de comprimento decompostos em componentes de coortes, por exemplo, através do método de Bhattacharya (Secção 3.4). Este assunto é melhor discutido no fim da Secção 5.3.

A VPA é um método de análise de dados históricos que estima os parâmetros da população. O objectivo final dos parâmetros estimados é determinar a estratégia óptima de pesca, ou seja, a matriz de  $F$  à idade ou o chamado "padrão de pesca" que fornece, a longo prazo, o melhor rendimento do manancial em questão. Para avaliar as diferentes (futuras) estratégias de pesca necessitamos de um modelo que possa prever o nível do manancial e a captura para as várias hipóteses alternativas. O "modelo de Thompson e Bell" (Secção 8.6) é a versão que projecta o padrão de pesca a longo prazo.

### **Programas de computador**

Mesnil (1988) apresenta um pacote de programas para microcomputadores, ANACO (ANAlise de COortes) que desenvolve os cálculos da VPA conforme descrito anteriormente e também oferece um número de opções adicionais, por exemplo a execução de análises de sensibilidade.



5.2 ANÁLISE DE COORTES BASEADA EM IDADES (ANÁLISE DE COORTES DE POPE)

A VPA implica a solução da Eq. 5.1.3 por uma técnica numérica (método de tentativa e erro) que é um problema técnico sem grande importância quando se dispõe de um computador. No entanto, o problema pode ser contornado facilmente, de forma que a VPA possa também ser realizada com uma calculadora de bolso. A versão da VPA adaptada a calculadoras de bolso é a "análise de coortes" desenvolvida por Pope (1972), revista em Jones (1984) e Pauly (1984).

A análise de coortes é conceptualmente idêntica à VPA, mas a técnica de cálculo é mais simples. É baseada em uma aproximação, ilustrada na Fig. 5.2.1, que mostra o número de sobreviventes de uma coorte durante um ano. Na verdade, a captura é obtida continuamente durante o ano, mas na análise de coortes assume-se que todos os peixes são capturados em um único dia. Este dia é escolhido como sendo 1 de Julho, isto é, quando se passou metade do ano.

Consequentemente, na primeira metade do ano os peixes são submetidos somente à mortalidade natural, de maneira que o número de sobreviventes em 1 de Julho será:

$$N(y, t+0.5) = N(y, t) \cdot \exp(-M/2)$$

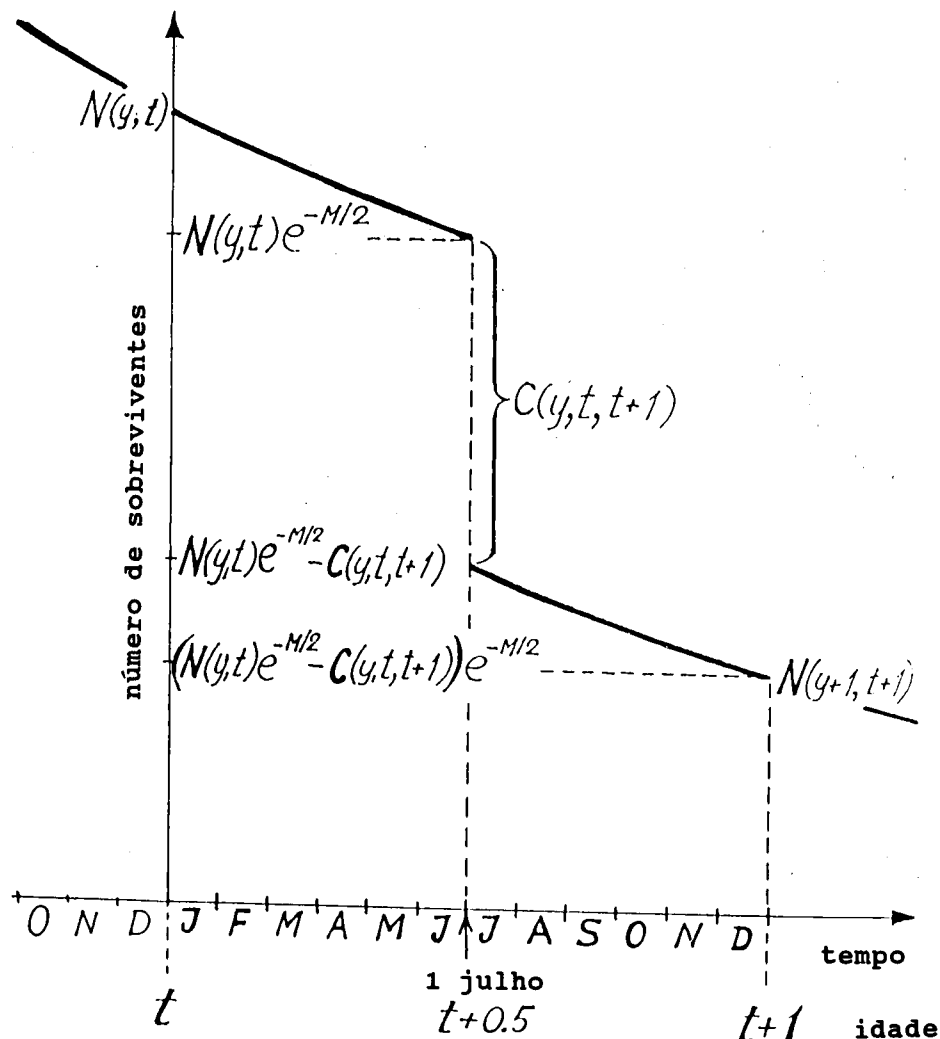


Fig. 5.2.1 Ilustração da aproximação básica da análise de coortes de Pope (ver mais explicações no texto)

A captura é, então, realizada instantaneamente e o número de sobreviventes passa a ser:

$$N(y,t) \cdot \exp(-M/2) - C(y,t,t+1)$$

O número de sobreviventes passa a sofrer apenas mortalidade natural na segunda metade do ano e finalmente o número de sobreviventes no fim do ano é:

$$N(y+1,t+1) = \left[ N(y,t) \cdot \exp(-M/2) - C(y,t,t+1) \right] \cdot \exp(-M/2)$$

Por conveniência de cálculo a equação é rearranjada:

$$N(y,t) = \left[ N(y+1,t+1) \cdot \exp(M/2) + C(y,t,t+1) \right] \cdot \exp(M/2) \quad (5.2.1)$$

Note que  $F$ , o responsável pelos problemas de cálculo na equação da VPA, não aparece aqui. Demonstramos o método com base no mesmo conjunto de dados, a coorte de 1974 do badejo do Mar do Norte.

#### Exemplo 19: Análise de coortes de Pope, badejo do Mar do Norte

Para aplicar a Eq. 5.2.1 ao exemplo do badejo começamos, de igual modo que a VPA, assumindo que  $F$  para o grupo mais velho " $F$  terminal" é conhecido,  $F(1980,6,7) = 0.5$ , e  $M = 0.2$ , então começamos por calcular  $N(1980,6)$ , da equação de captura:

$$N(1980,6) = \frac{C(1980,6,7)}{(F/Z) \cdot [1 - \exp(-Z)]} = 22.2$$

Então a Eq. 5.2.1 é aplicada para calcular  $N(1979,5)$ :

$$\begin{aligned} N(1979,5) &= \left[ N(1980,6) \cdot \exp(M/2) + C(1979,5,6) \right] \cdot \exp(M/2) \\ &= \left[ 22.2 \cdot 1.1052 + 25 \right] \cdot 1.1052 = 54.7 \end{aligned}$$

e assim continuamos da mesma forma:

$$\begin{aligned} N(1978,4) &= \left[ N(1979,5) \cdot \exp(M/2) + C(1978,4,5) \right] \cdot \exp(M/2) \\ &= \left[ 54.7 \cdot 1.1052 + 69 \right] \cdot 1.1052 = 143.1 \end{aligned}$$

$$N(1977,3) = \left[ 143.1 \cdot 1.1052 + 269 \right] \cdot 1.1052 = 472.1$$

..... etc. ....

Assim, da mesma maneira que a VPA, andamos para trás no tempo estimando um novo número do manancial passo a passo. Os cálculos para os números no manancial, os  $N$ 's, são dados na primeira metade da Tabela 5.2.1 (com uma notação menos extensiva).

As estimações da mortalidade por pesca são obtidas dos  $N$ 's estimados, por:

$$F(y,t,t+1) = \ln \left[ \frac{N(y,t)}{N(y+1,t+1)} \right] - M \quad (5.2.2)$$

**Tabela 5.2.1** Cálculos para a análise de coortes de Pope baseada em idades, ilustrada para a coorte de 1974 do badejo do Mar do Norte (da Tabela 4.4.3.1)

<b>ANÁLISE DE COORTES DE POPE BASEADA EM IDADES</b>	
M = 0.2 por ano	
FACTOR DE MORTALIDADE NATURAL:	
G = exp(M/2) = exp(0.2/2) = 1.1052	
SUPOSIÇÃO DO F TERMINAL: F6 = 0.5	
<b>Números do manancial:</b>	$N(1980,6) = \frac{C(1980,6,7)}{[F6/Z6] * [1 - \exp(-Z6)]} =$
N6 =	$\frac{8}{[0.5/(0.5+0.2)] * [1 - \exp\{-(0.5+0.2)\}]} = 22.2$
N(1979,5) = N5 = (N6*G + C5,6)*G =	
N5 =	$(N6*G + C5) * G = (22.2*G + 25) * G = 54.7$
N4 =	$(N5*G + C4) * G = (54.7*G + 69) * G = 143.1$
N3 =	$(N4*G + C3) * G = (143.1*G + 269) * G = 472.1$
N2 =	$(N3*G + C2) * G = (472.1*G + 1071) * G = 1760.3$
N1 =	$(N2*G + C1) * G = (1760.3*G + 860) * G = 3100.4$
N0 =	$(N1*G + C0) * G = (3100.4*G + 599) * G = 4448.9$
<b>Mortalidade por pesca:</b>	
F6 = (suposição inicial de F terminal) = 0.50	
F(1979,5,6) = F5 =	$\ln \left[ \frac{N(1979,5)}{N(1980,6)} \right] - M =$
F5 =	$\ln(N5/N6) - M = \ln(54.7/22.2) - 0.2 = 0.70$
F4 =	$\ln(N4/N5) - M = \ln(143.1/54.7) - 0.2 = 0.76$
F3 =	$\ln(N3/N4) - M = \ln(472.1/143.1) - 0.2 = 0.99$
F2 =	$\ln(N2/N3) - M = \ln(1760.3/472.1) - 0.2 = 1.12$
F1 =	$\ln(N1/N2) - M = \ln(3100.4/1760.3) - 0.2 = 0.37$
F0 =	$\ln(N0/N1) - M = \ln(4448.9/3100.4) - 0.2 = 0.16$

que segue do modelo exponencial decrescente resolvido para F:

$$N(y+1, t+1) = N(y, t) * \exp[-F(y, t, t+1) - M]$$

Os F's estimados são apresentados na segunda metade da Tabela 5.2.1.

Comparando os resultados da VPA (Tabela 5.1.1) com os resultados da análise de coortes (Tabela 5.2.1) existem pequenas diferenças. Apesar das fontes de incertezas envolvidas neste tipo de cálculo, podemos dizer que as diferenças entre a VPA e a análise de coortes são insignificantes. Pope (1972) mostrou que para valores de  $F < 1.2$  e  $M < 0.3$  as diferenças são pequenas. A única vantagem da análise de coortes comparada à VPA é que pode ser facilmente realizada com uma calculadora de bolso. Para fazer a VPA com uma calculadora, é necessário realizar o tedioso cálculo de tentativa e erro para F (a não ser que a calculadora seja totalmente programável).

#### **Example 19a: Análise de coortes para classes anuais sucessivas**

A interpretação das mortalidades por pesca estimadas para uma classe anual durante toda a sua vida (Tabelas 5.1.1 e 5.2.1) não é clara. As mudanças com o tempo e com a idade, provavelmente devem-se a diferenças de esforço entre idades ou anos de pesca. A amostragem, no entanto, proporciona sempre dados para outras classes anuais (ver Tabela 4.4.3.1) que podem ser tratados da mesma forma. Os resultados de F e N estão na Tabela 5.2.2 onde as classes anuais de 1969-80 estão representadas por vários grupos de idade. O valor de 0.5 como F terminal foi escolhido para todas as classes anuais onde o grupo de idade 6 estava presente. Os valores de F estimados para a classe anual 1974 foram inseridos como F terminais para as classes anuais representadas somente pelos grupos mais jovens, que ainda não atingiram a idade 6. Os valores médios de F para cada grupo de idade (última coluna) são relativamente diferentes dos valores de F terminal usados. A análise pode ser repetida com as médias como valores finais de F.

Outra possibilidade, consiste em empregar a captura média por grupo de idade (Tabela 4.4.3.1, última coluna). Estes dados formam uma "pseudo-coorte" que representa a evolução média dum coorte em vez da verdadeira coorte de indivíduos, que nasceram todos na mesma altura. A Tabela 5.2.3 mostra os resultados. As mortalidades por pesca estimadas para os peixes mais velhos são maiores que as médias dos F individuais estimados na Tabela 5.2.3, o que se pode dever a alteração no esforço ou no tamanho da malha utilizados nestes anos. O grupo de peixes com 7 anos e mais (grupo 7+), está incluído na Tabela 5.2.3 pois as capturas erráticas deste grupo em anos individuais, são uma média. O número de peixes que entra neste grupo 7+, é estimado de:

$$N(7) = C(7+) * Z(7+) / F(7+)$$

que é outra expressão da equação

$$C(y, t+) = N(y, t) * F(y, t+) / Z(y, t+) \text{ da Secção 5.1.}$$

F(7+) é o valor suposto de F terminal.

A utilização de pseudo-coortes é importante para a análise de coortes baseada em comprimentos da Secção 5.3.

Os dados da captura na Tabela 4.4.3.1 não são os originais. Registrou-se, originalmente a captura total em peso, a distribuição de frequências ponderadas por comprimentos e realizaram-se leituras de otólitos em subamostras. A partir das leituras de idades, utilizaram-se chaves idade/comprimento (Secção 3.2.1), para transformar os números da distribuição de frequências de comprimentos em idades. A captura total em número por grupo de idade, foi estimada através do peso médio e do peso da captura total.

Neste processo existem muitas fontes de erros, exigindo que a distribuição de frequências de comprimentos seja realista. Isto é verificado multiplicando os números de cada grupo de idade pelo peso individual desse grupo de idade, calculados através dos parâmetros de crescimento conhecidos, ou da amostragem dos pesos médios para cada grupo de idade. Os pesos totais de cada grupo de idade são acumulados e o resultado é comparado com o valor conhecido do peso total da captura. Uma discrepância notória exige uma reexaminação dos dados e dos cálculos.

A biomassa para cada ano é calculada multiplicando os números da população (valores de N da Tabela 5.1.1) pelo peso do peixe.

A Eq. 5.2.1 foi calculada para um período de tempo de um ano. Como no caso da curva de capturas (compare Secção 4.4.4) podemos considerar a captura durante qualquer período de tempo, de t+Δt. Neste caso a Eq. 5.2.1 deve ser substituída pela expressão mais geral:

$$N(t) = \left[ N(t+\Delta t) * \exp(M * \Delta t / 2) + C(t, t+\Delta t) \right] * \exp(M * \Delta t / 2) \quad (5.2.3)$$

O cálculo da Eq. 5.2.3 é similar ao da Eq. 5.2.1, conforme mostrado na Fig. 5.2.2. A equação correspondente à Eq. 5.2.2 é:

$$F(t, t+\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} * \ln \left[ \frac{N(t)}{N(t+\Delta t)} \right] - M \quad (5.2.4)$$

A principal razão para o índice do ano, y, ter desaparecido nas Eqs. 5.2.3 e 5.2.4, deve-se ao facto de as mesmas serem normalmente utilizadas sob suposição de um sistema de parâmetros constantes (cf. Secção 4.4.4). Além do mais, quando Δt varia não haverá correspondência com os intervalos de tempo e a notação usada para os grupos de idade deixa de ser adequada.

**Tabela 5.2.2** Badejo do Mar do Norte. Estimação de mortalidades por pesca e números da população para todas as idades e classes anuais. As estimações de F para 1974 (sublinhados) são adoptados como F terminais em 1980.

		mortalidades por pesca, F(y, t, t+1)							
idade	classe anual	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	média anos 1974-79
0	(1974)	<u>0.16</u>	0.11	0.16	0.30	0.39	0.35	<u>0.16</u>	0.24
1	(1973)	0.61	<u>0.37</u>	0.30	0.70	0.31	0.72	<u>0.37</u>	0.50
2	(1972)	1.11	0.89	<u>1.12</u>	0.74	0.53	0.69	<u>1.12</u>	0.85
3	(1971)	1.26	1.13	1.24	<u>0.99</u>	0.71	0.77	<u>0.99</u>	1.02
4	(1970)	1.03	0.94	1.04	0.92	<u>0.76</u>	0.77	<u>0.76</u>	0.91
5	(1969)	0.22	0.68	0.61	0.78	0.62	<u>0.70</u>	<u>0.70</u>	0.60
6	(1968)	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	<u>0.50</u>	0.50
		números na população N(y, t)							
0	(1974)	4449	2526	3166	2828	2351	1776	2456	2849
1	(1973)	1645	3100	1852	2208	1715	1305	1021	1971
2	(1972)	1806	733	1760	1126	899	1026	519	1225
3	(1971)	424	486	247	472	441	433	420	417
4	(1970)	69	98	128	59	143	177	164	112
5	(1969)	34	20	31	37	19	55	67	33
6	(1968)	3	22	8	14	14	8	22	12

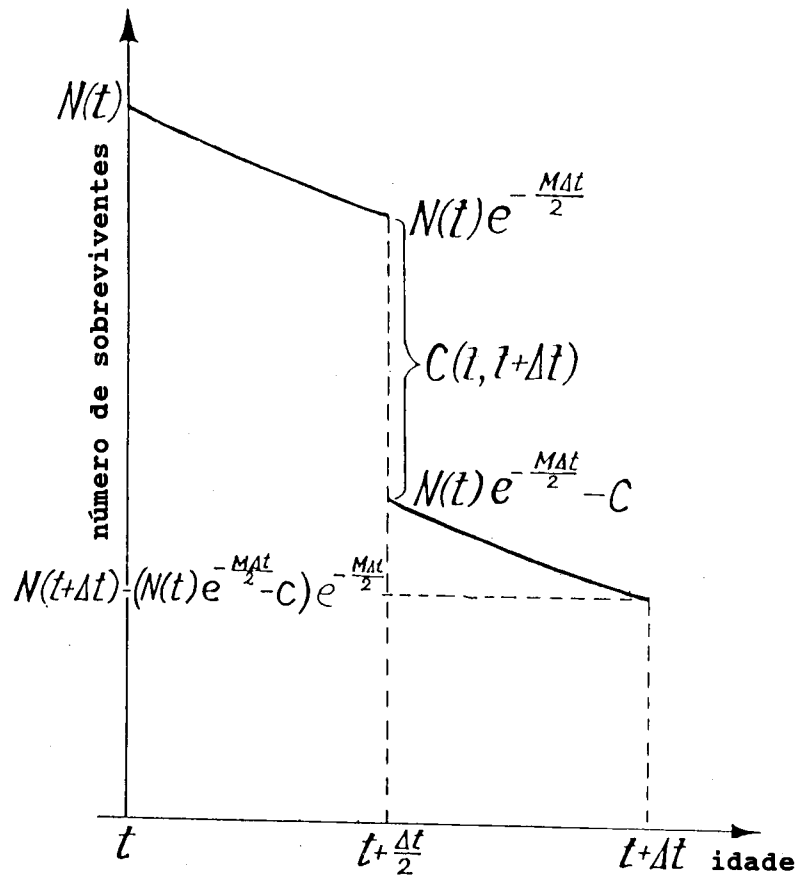


Fig. 5.2.2 Cálculo das fórmulas para a análise de coortes de Pope no caso de intervalos de tempo variáveis (Eqs. 5.2.3 e 5.2.4)

Table 5.2.3 Análise duma pseudo-coorte: captura média por grupo de idade em 1974-80. Badejo do Mar do Norte. Dados da Tabela 4.4.3.1

idade	captura	Nº na população no princípio do ano	F
0	488	3059	0.19
1	612	2063	0.40
2	601	1135	0.88
3	237	385	1.14
4	62.3	101	1.13
5	15.7	26.6	1.05
6	4.7	7.6	1.15
7+	1.4	2.0	0.50

As Eqs. 5.2.3 e 5.2.4 aplicadas sob a suposição de um sistema de parâmetros constantes são aplicações típicas da análise de coortes para mananciais de peixes tropicais. Elas podem ser aplicadas para todas as coortes durante um ano ou para a captura média anual durante uma sequência de anos. Retornaremos a este assunto na Secção 5.3.

(Ver **Exercício(s)** na Parte 2).

### 5.3 ANÁLISE DE COORTES DE JONES BASEADA EM COMPRIMENTOS

Nesta secção dispomos somente de dados de composição de comprimentos para o total das pescarias, para um ano (ou a composição de comprimentos médios para uma sequência de anos). O princípio é basicamente o mesmo da curva de capturas convertida para comprimentos (ver Secção 4.4.5). O termo "análise de coortes baseada em comprimentos" é um pouco enganador, já que não estamos tratando de coortes verdadeiras na presente análise. A coorte verdadeira é substituída pela "pseudo-coorte" que obtemos quando assumimos um sistema de parâmetros constantes (ver Secção 4.4.1). Assim, assumimos que o quadro apresentado por todas as classes de comprimento (ou idades) capturadas durante um ano reflectem o comportamento de uma coorte durante o seu tempo de vida. Voltaremos a este assunto mais adiante e o método será explicado, novamente, com base em um exemplo.

#### Exemplo 20: Análise de coortes de Jones baseada em comprimentos, pescada do Senegal

A Tabela 5.3.1 apresenta um conjunto de dados para a pesca da pescada na Costa do Senegal (CECAF, 1978), que podem ser usados como entrada para a análise de coortes baseada em comprimentos.

**Tabela 5.3.1** Composição de comprimentos da captura total da pescada (*Merluccius merluccius*) da costa do Senegal (CECAF, 1978), dados de entrada para a análise de coortes baseada em comprimentos

classe de comprimento cm L1-L2	número capturado ( '000) C(L1,L2)
6-12	1823
12-18	14463
18-24	25227
24-30	8134
30-36	3889
36-42	2959
42-48	1871
48-54	653
54-60	322
60-66	228
66-72	181
72-78	96
78-84	16
84-∞	46

Da mesma forma que no caso da análise da curva de capturas (cf. Secção 4.4.5) as classes de comprimento podem ser convertidas em intervalos de idade pela equação inversa de von Bertalanffy (Eq. 3.3.3.2 e Eq. 4.4.5.1, respectivamente):

$$t(L1) = t_0 - \frac{1}{K} \ln \left[ 1 - \frac{L1}{L_{\infty}} \right] \quad (5.3.1)$$

$$\Delta t = t(L2) - t(L1) = \frac{1}{K} \ln \left[ \frac{L_{\infty} - L1}{L_{\infty} - L2} \right] \quad (5.3.2)$$

Para a pescada do Senegal (Tabela 5.3.1) foram estimados os seguintes parâmetros de crescimento de von Bertalanffy e o factor de mortalidade natural como:

$$K = 0.1 \text{ por ano, } L_{\infty} = 130 \text{ cm e } M = 0.28 \text{ por ano.}$$

Fazendo  $t_0 = 0$  (compare com a Secção 4.4.5) e aplicando as Eqs. 5.3.1 e 5.3.2 obtemos as idades relativas,  $t(L1)$  e  $\Delta t$  como apresentado na Tabela 5.3.2, colunas B e C, respectivamente.

Para converter a equação da análise de coortes (Eq. 5.2.3) numa versão baseada em comprimentos, somente o termo  $\exp(M*\Delta t/2)$  tem que ser mudado. Isto é feito facilmente substituindo  $\Delta t$  pela Eq. 5.3.2.

$$\exp\left(\frac{M}{2}*\Delta t\right) = \exp\left[\frac{M}{2}*\frac{1}{K}*\ln\left(\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right)\right] = \exp\left[\ln\left(\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right)^{M/2K}\right] = \left[\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right]^{M/2K} \quad (5.3.3)$$

É conveniente utilizar símbolos em vez deste termo complicado, assim introduzimos os símbolos:

$$N(L1) = N(t(L1)) \quad = \text{número de peixes que atingem o comprimento } L1 \\ = \text{número de peixes que atingem a idade } t(L1) \\ \text{(também chamado o número de sobreviventes)}$$

$$N(L2) = N(t(L1)+\Delta t) \quad = \text{número de peixes que atingem o comprimento } L2 \\ = \text{número de peixes que atingem a idade } t(L2) \\ (= t(L1)+\Delta t)$$

$$C(L1, L2) = C(t, t+\Delta t) \quad = \text{número de peixes capturados entre os comprimentos } L1 \text{ e } L2 \\ = \text{número de peixes capturados com idades entre } t(L1) \text{ e } t(L2)$$

$$H(L1, L2) = \left[\frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2}\right]^{M/2K} = \left[ \text{fracção de } N(L1) \text{ que sobrevive à mortalidade natural durante o período de } t(L1) \text{ to } t(L1)+\Delta t/2 \right]^{-1}$$

A Eq. 5.2.3 pode agora ser escrita usando os símbolos baseados em comprimentos, como:

$$N(L1) = \left[ N(L2)*H(L1, L2) + C(L1, L2) \right]*H(L1, L2) \quad (5.3.4)$$

Os cálculos efectuados para a Eq. 5.3.4 são similares aos da análise de coortes baseada em idades (Eq. 5.2.1). Iniciamos com o último grupo e usamos a equação de captura:

$$C(L1, L2) = N(L1)*\frac{F}{Z}* \left[ 1 - \exp(-Z*\Delta t) \right] \quad (5.3.5)$$

No caso da pescada do Senegal a última classe é a dos indivíduos com 84 cm e mais.

$$C(84, \infty) = N(84)*\frac{F}{Z}* \left[ 1 - \exp(-Z*\Delta t) \right]$$



Neste caso  $\Delta t$  refere-se a todos os peixes maiores que 84 cm, de forma que  $\Delta t$  é muito grande. Teoricamente, a idade correspondente a  $L_\infty$  é  $\infty$ , portanto  $\Delta t = \infty$ , e então:

$$\exp(-Z*\infty) = 0$$

A captura em números por classe de comprimento é conhecida (ver Tabela 5.3.1), assim, aproximadamente:

$$C(84, \infty) = 46 = N(84) * \frac{F}{Z} * (1-0)$$

ou

$$N(84) = \frac{C(84, \infty)}{F/Z} = \frac{46}{F/Z}$$

**Tabela 5.3.2** Classes de comprimento da pescada (*Merluccius merluccius*) da costa do Senegal convertidos em intervalos de idade e factores  $H(L1, L2)$ .  $K = 0.1$  por ano,  $L_\infty = 130$  cm,  $M = 0.28$  por ano

A	B	C	D
classe de comp. cm L1-L2	idade relativa t(L1)	$\Delta t$	factor de mortalidade natural H(L1, L2)
6-12	0.473	0.496	1.0719
12-18	0.968	0.522	1.0758
18-24	1.490	0.551	1.0801
24-30	2.041	0.583	1.0850
30-36	2.624	0.619	1.0905
36-42	3.242	0.660	1.0967
42-48	3.902	0.706	1.1039
48-54	4.608	0.760	1.1122
54-60	5.368	0.822	1.1220
60-66	6.190	0.890	1.1337
66-72	7.087	0.984	1.1478
72-78	8.071	1.092	1.1652
78-84	9.163	1.226	1.1873
84- $\infty$	10.389	-	-

as colunas contém respectivamente:

$$B \quad t(L1) = 0 - \frac{1}{K} * \ln(1 - \frac{L1}{L_\infty}) \quad (\text{Eq. 5.3.1, com } t_0 = 0)$$

$$C \quad \Delta t = t(L2) - t(L1) = \frac{1}{K} * \ln \left[ \frac{L_\infty - L1}{L_\infty - L2} \right] \quad (\text{Eq. 5.3.2})$$

$$D \quad H(L1, L2) = \exp\left(\frac{M * \Delta t}{2}\right) = \left[ \frac{L_\infty - L1}{L_\infty - L2} \right]^{M/2K} \quad (\text{Eq. 5.3.3})$$

Note: Neste caso  $H(L1, L2)$ , pode ser calculado quer da fórmula baseada em idades quer na fórmula baseada em comprimentos. Os resultados são os mesmos, mas os cálculos baseados em comprimentos são mais curtos pois não é necessário calcular  $\Delta t$ .

Aqui é necessário novamente fazer uma suposição inicial, neste caso de F/Z (cf. Tabela 5.2.1). Se F/Z para a última classe de comprimento tomar o valor 0.5, então o número de indivíduos que atinge o comprimento de 84 cm será:

$$N(84) = 46/0.5 = 92$$

A Coluna D da Tabela 5.3.2 dá os valores de H(L1,L2) para a pescada do Senegal com M = 0.28 por ano e K = 0.1 por ano, isto é M/2K = 0.28/(2\*0.1)= 1.4. O número de pescadas que atingem o comprimento de 78 cm pode ser calculado inserindo na Eq. 5.3.4 o valor de N(L1) como valor de N(L2) obtido para a classe de comprimento maior e o correspondente valor de H da Tabela 5.3.2 Neste caso N(L2) = N(84) = 92 e H(78,84) = 1.1873.

$$N(78) = [92*1.1873 + 16]*1.1873 = 148.7$$

**Tabela 5.3.3 Cálculo da análise de coortes por comprimentos de Jones ilustrada para a pescada (*Merluccius merluccius*) do Senegal. K = 0.1 por ano, L<sub>∞</sub> = 130 cm, M = 0.28 por ano. Assume-se o valor 0.5000 para F/Z terminal (indicado por \*)**

A	B	C	D	E	F	G
classe compr. cm	factor mort.nat.	número capturado ('000)	número sobreviventes ('000)	taxa de exploração	mort. por pesca	mort. total
L1-L2	H(L1, L2)	C(L1, L2)	N(L1)	F/Z	F	Z
6-12	1.0719	1823	98919.3	0.1255	0.04	0.32
12-18	1.0758	14463	84392.7	0.5805	0.39	0.67
18-24	1.0801	25227	59475.8	0.7920	1.07	1.35
24-30	1.0850	8134	27623.0	0.6979	0.65	0.93
30-36	1.0905	3889	15967.8	0.6369	0.49	0.77
36-42	1.0967	2959	9861.5	0.6785	0.59	0.87
42-48	1.1039	1871	5500.5	0.6977	0.65	0.93
48-54	1.1122	653	2818.8	0.5792	0.39	0.67
54-60	1.1220	322	1691.5	0.5072	0.29	0.57
60-66	1.1337	228	1056.6	0.5234	0.31	0.59
66-72	1.1478	181	621.0	0.5890	0.40	0.68
72-78	1.1652	96	313.7	0.5817	0.39	0.67
78-84	1.1873	16	148.7	0.2823	0.11	0.39
84-∞	-	46	92.0**	0.5000*	0.28	0.56

as colunas contém respectivamente

$$B \quad H(L1, L2) = \left[ \frac{L_{\infty}-L1}{L_{\infty}-L2} \right]^{M/2K} = \left[ \frac{130-L1}{130-L2} \right]^{1.4}$$

$$D \quad N(L1) = \left[ N(L2) * H(L1, L2) + C(L1, L2) \right] * H(L1, L2)$$

$$** \quad N(84) = C(84, \infty) / (F/Z) = 46/0.5 = 92$$

$$E \quad F/Z = C(L1, L2) / [N(L1) - N(L2)]$$

$$F \quad F = M * (F/Z) / (1 - F/Z)$$

$$G \quad Z = F + M$$

Continuando os cálculos para os comprimentos anteriores (e assim no tempo) os seguintes números do manancial são obtidos:

$$N(72) = [148.7 * 1.1652 + 96] * 1.1652 = 313.7$$

$$N(66) = [313.7 * 1.1478 + 181] * 1.1478 = 621.0$$

.... etc. ....

Os números do manancial obtidos desta forma para todos as classes de comprimento são dados na Tabela 5.3.3.

Para estimar F poderíamos usar a Eq. 5.2.4, mas é mais conveniente calcular F por:

$$F(L1, L2) = M * \frac{F(L1, L2) / Z(L1, L2)}{1 - [F(L1, L2) / Z(L1, L2)]} \quad (5.3.6)$$

onde a taxa de exploração F/Z é obtida de:

$$F(L1, L2) / Z(L1, L2) = \frac{C(L1, L2)}{N(L1) - N(L2)} \quad (5.3.7)$$

Por exemplo, para simplificar escrevemos F/Z para  $F(L1, L2) / Z(L1, L2)$  obtendo para a classe de comprimento 72-78 cm:

$$F/Z = \frac{C(72, 78)}{N(72) - N(78)} = \frac{96}{313.7 - 148.7} = 0.5818 \quad e$$

$$F = M * \frac{F/Z}{1 - F/Z} = 0.28 * \frac{0.5818}{1 - 0.5818} = 0.39$$

Os resultados completos deste cálculo para a análise de coortes por comprimentos são apresentados na Tabela 5.3.3.

### Número médio e biomassa

Queremos agora calcular o número médio de peixes no mar e a sua biomassa. Da simples soma dos valores da coluna de N(L1) na Tabela 5.3.3, não resultaria o valor correcto, porque ao mudar o intervalo de classe resultariam diferentes somas: Os valores de N(L1) não são mais que o número de indivíduos vivos em qualquer comprimento L1. O processo é encontrar o número médio em cada intervalo de classe e ponderá-lo pelo tempo  $\Delta t$  passado naquele intervalo de classe. É o mesmo problema ocorrido com as Eqs. 4.2.6 e 4.2.9, no qual algumas manipulações aplicadas a ambas resultam:

$$\bar{N}(L1, L2) * \Delta t = [N(L1) - N(L2)] / Z \quad (5.3.8)$$

que é o número médio anual em cada classe de comprimento.

$N(L2) = N(L_{\infty}) = 0$  pode ser assumido para a última classe. O número médio total de peixes no mar com comprimentos acima do primeiro L1 (aqui 6 cm) será no geral:

$$\sum_i \bar{N}(L_i, L_{i+1}) * \Delta t \quad (5.3.9)$$

De forma correspondente, encontramos a biomassa média anual para cada classe de comprimento multiplicando pelo peso médio,  $\bar{w}(L1,L2)$ , da classe:

$$\bar{B}(L1,L2) * \Delta t = \bar{N}(L1,L2) * \Delta t * \bar{w}(L1,L2) \quad (5.3.10)$$

O peso do corpo é calculado de:

$$\bar{w}(L1,L2) = q * [(L1+L2)/2]^b \quad (5.3.11)$$

onde q e b são constantes da relação peso-comprimento descrita na Secção 2.6. O peso do corpo do última classe pode ser calculado como  $\bar{w}(L1,L_{\infty})$ .

A soma geral

$$\sum_i \bar{B}(L_i, L_{i+1}) * \Delta t \quad (5.3.12)$$

**Tabela 5.3.4** Cálculo das capturas e da biomassa média na análise de coortes de Jones baseada em comprimentos, ilustrada para a pescada (*Merluccius merluccius*) do Senegal.  $q = 0.00001 \text{ kg/cm}^3$ ,  $b = 3$ ,  $K = 0.1$  por ano,  $L_{\infty} = 130 \text{ cm}$ ,  $M = 0.28$  por ano

A	B	C	D	E	F	G	H
classe de compr. cm L1-L2	número captur. ('000) C	número sobre-ventes ('000) N(L1)	taxa mort. total Z	peso médio corpo kg $\bar{w}(L1,L2)$	média N * $\Delta t$ ('000) $\bar{N}(L1,L2) * \Delta t$	biomassa média * $\Delta t$ ton. $\bar{B} * \Delta t$	capturas ton. Y(L1,L2)
6-12	1823	98919.3	0.32	0.0073	45369	330.7	13.3
12-18	14463	84392.7	0.67	0.0338	37335	1260.1	488.1
18-24	25227	59475.8	1.35	0.0926	23664	2191.5	2336.3
24-30	8134	27623.0	0.93	0.196	12575	2475.1	1601.0
30-36	3889	15967.8	0.77	0.359	7919	2845.9	1397.6
36-42	2959	9861.5	0.87	0.593	5007	2970.1	1755.3
42-48	1871	5500.5	0.93	0.911	2895	2638.1	1704.9
48-54	653	2818.8	0.67	1.33	1694	2247.1	866.2
54-60	322	1691.5	0.57	1.85	1117	2068.6	596.3
60-66	228	1056.6	0.59	2.50	741	1852.8	570.1
66-72	181	621.0	0.68	3.29	451.1	1481.9	594.6
72-78	96	313.7	0.67	4.22	246.5	1039.9	405.0
78-84	16	148.7	0.39	5.31	144.9	770.1	85.0
84- $\infty$	46	92.0	0.56	12.25	164.3*	2012.7	563.5
Totais						26184.6	12977.2

as colunas contém respectivamente

- E  $\bar{w}(L1,L2) = q * [(L1+L2)/2]^b$
- F  $\bar{N}(L1,L2) * \Delta t = [N(L1) - N(L2)] / Z$
- G  $\bar{B} * \Delta t = \bar{w}(L1,L2) * [N(L1) - N(L2)] / Z$
- H  $Y(L1,L2) = \bar{w}(L1,L2) * C(L1,L2)$
- \*  $\bar{N}(L1,L_{\infty}) * \Delta t = N(84) / Z(84, \infty)$

é uma estimativa da biomassa média durante o tempo de vida de uma coorte, ou de todas as coortes durante um ano, e é independente do intervalo de classe.

O peso pode também ser usado para estimar as capturas em peso. O peso da captura pertencente à classe  $i$  será:

$$\sum_i C(L_i, L_{i+1}) * \bar{w}(L_i, L_{i+1}) \quad (5.3.13)$$

A Tabela 5.3.4 mostra os cálculos da captura e da biomassa média durante um ano.

**Análise de coortes com várias frotas**

A VPA e a análise de coortes, baseada em idades ou em comprimentos serve para estimar separadamente, as mortalidades por pesca, causadas por cada uma das várias frotas. Neste contexto, uma frota é um grupo de barcos de pesca com características comuns, como por exemplo a sua arte ou a sua nacionalidade, etc.. Para se poder analisar estes dados, são necessárias as estatísticas de captura de cada frota, tal como as distribuições de frequências de comprimento efectuadas por amostragem.

**Table 5.3.5 Análise de coortes baseada em comprimentos para duas frotas.  $M = 1, L_{\infty} = 25 \text{ cm}, K = 0.4.$  Valor previsto para  $F$  terminal = 1.4**

classe de comprimento cm L1-L2	nº capturado ('000) por ano			fracção em		nº de sobreviventes ('000) N(L1)	taxas de mortalidade por pesca		
	arrasto C(1)	rede de emalhar C(2)	total C	arrasto C(1)/C	rede de emalhar C(2)/C		total F	arrasto F*C(1)/C = F(1)	rede de emalhar F*C(2)/C = F(2)
8-9	126	0	126	1.00	0	9945	0.091	0.091	0
9-10	200	0	200	1.00	0	8430	0.161	0.161	0
10-11	294	0	294	1.00	0	6989	0.271	0.271	0
11-12	360	0	360	1.00	0	5612	0.392	0.392	0
12-13	377	0	377	1.00	0	4334	0.503	0.503	0
13-14	351	11	362	0.97	0.03	3207	0.615	0.597	0.018
14-15	283	66	349	0.81	0.19	2256	0.795	0.644	0.151
15-16	194	195	389	0.50	0.50	1468	1.332	0.666	0.666
16-17	114	232	346	0.33	0.67	787	2.261	0.746	1.515
17-18	41	84	125	0.33	0.67	288	1.984	0.655	1.329
18-19	18	18	36	0.50	0.50	100	1.406	0.703	0.703
19-20	9	2	11	0.82	0.18	38.4	0.932	0.764	0.168
20-21	5	0	5	1.00	0	15.6	0.916	0.916	0
21-∞	3	0	3	1.00	0	5.14	1.400	1.400	0

A partir da equação de capturas, Eq. 5.1.5:

$$C = F * \bar{N}$$

com  $\bar{N}$  sendo o número médio anual da população de um grupo de idade ou de tamanho específico. Os índices de idade ou de comprimento, como por exemplo  $N(t)$  e  $N(L)$ , foram omitidos por conveniência. Considerando as capturas de  $n$  frotas, tem-se que:

$$\begin{aligned} C(1) &= F(1) * \bar{N} \\ C(2) &= F(2) * \bar{N} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ C(n) &= F(n) * \bar{N} \\ C &= C(1) + C(2) + \dots + C(n); \quad F = F(1) + F(2) + \dots + F(n) \end{aligned} \quad (5.3.13a)$$

Dividindo a Eq. 5.1.5 por a Eq. 5.3.13a e reordenando ambos os termos, obtem-se a mortalidade por pesca, causada pela frota i:

$$F(i) = F \cdot C(i) / C \quad (5.3.13b)$$

A Tabela 5.3.5 ilustra como se efectua este processo simples para realizar a análise de coortes baseada em comprimentos, com duas frotas que utilizam diferentes artes: rede de arrasto e rede de emalhar, cada uma com tamanho de malha diferentes. Contudo, o vector de valores de F total para ambas as frotas de forma combinada não é fácil de interpretar. Ao separar as mortalidades por pescas causadas pelo arrasto F(1) das causadas pela rede de emalhar, F(2) observa-se que F(1) aumenta em direcção a uma assíptota indicando uma curva de selectividade da arte, tal como se encontra representado na Fig. 4.5.3.1, ao passo que a mortalidade devido á rede de emalhar toma a forma de uma curva em sino.

### Aspectos básicos de análise de coortes baseada em comprimentos

A análise de coortes por comprimentos definida pelas Eqs. 5.3.3 a 5.3.7 (ver Tabela 5.3.3) é chamada "análise de coortes de Jones baseada em comprimentos". (Jones, 1976, e Jones e van Zalinge, 1981, revista por Jones, 1984 e Pauly, 1984). Conforme já mencionado, o método é normalmente aplicado a "pseudo-coortes", ou seja, assumimos um sistema de parâmetros constantes (equilíbrio). De forma a simular uma condição de equilíbrio, é essencial que os dados cubram um período de tempo relativamente longo (digamos um ano ou vários anos), preferivelmente um número de anos completos.

Uma amostra de frequências de comprimento colhida durante um curto espaço de tempo não pode ser utilizada. Como exemplo olhemos para a amostra de camarões referente a Setembro mostrada na Fig. 3.4.2.6, que consiste somente em uma coorte. O método assume que um indivíduo maior seja igualmente o mais velho, neste caso assumimos que todos os camarões, independente do tamanho, são da mesma idade, e portanto, a parte descendente da figura em questão está relacionada com a variação das taxas de crescimento individual, e não com a mortalidade.

É possível aplicar o método de Jones a uma verdadeira coorte, mas isto implica que seja possível seguir a coorte através do tempo, ou seja que conhecemos a sua idade. No entanto, se este é o caso, uma vez que não existem problemas na conversão de comprimentos em idades, podemos perfeitamente usar a análise de coortes de Pope baseada em idades.

Como a análise de coortes de Jones baseada em comprimentos é baseada na análise de coortes de Pope baseada em idades (Secção 5.2), ambas possuem as mesmas limitações. A aproximação para a VPA é válida para valores de  $F \cdot \Delta t$  até 1.2 e  $M \cdot \Delta t$  até 0.3 (Pope, 1972).

A utilização da VPA baseada em comprimentos sem a aproximação da análise de coortes não requiere mais que uma ligeira modificação nas fórmulas das Eq. 5.1.3 e Eq. 5.1.4. Primeiro, o intervalo de tempo de 1 ano é alterado par  $\Delta t$ :

$$\frac{C(t, t+\Delta t)}{N(t+\Delta t)} = \frac{F(t, t+\Delta t)}{M+F(t, t+\Delta t)} * \left[ \exp[(F(t, t+\Delta t)+M) * \Delta t] - 1 \right]$$

$$N(t) = N(t+\Delta t) * \exp[(F(t, t+\Delta t)+M) * \Delta t]$$

Sendo a idade t correspondente a L1 e a idade t+ $\Delta t$  a L2:

$$\frac{C(L1, L2)}{N(L2)} = \frac{F(L1, L2)}{M+F(L1, L2)} * \left[ \exp[(F(L1, L2)+M) * \Delta t(L1, L2)] - 1 \right] \quad (5.3.14)$$

donde, usando a Eq. 4.4.5.1:

$$\Delta t(L1, L2) = \frac{1}{K} \ln \frac{L_{\infty} - L1}{L_{\infty} - L2}$$

$$N(L1) = N(L2) \cdot \exp[(F(L1, L2) + M) \cdot \Delta t(L1, L2)] \quad (5.3.15)$$

Com a VPA tal como com a análise de coortes, a melhor estimativa do peso no grupo mais, +, obtem-se da Eq. 8.3.6:

$$\bar{w}(L1, \infty) = Z \cdot W_{\infty} \cdot \left[ \frac{1}{Z} - \frac{3 \cdot S}{Z+K} + \frac{3 \cdot S^2}{Z+2 \cdot K} - \frac{S^3}{Z+3 \cdot K} \right] \quad (5.3.16)$$

no qual  $Z = F(L1, \infty) + M$ ,  $S = 1 - L1/L_{\infty}$

O peso médio depende de Z devido ao efeito da mortalidade na distribuição de frequências de comprimentos no manancial: quanto maior a mortalidade mais pequenos serão os peixes. De qualquer modo, tem pouca importância quando se trabalha com classes de tamanhos pequenos. Isto deve-se à fórmula da Eq. 5.3.11 ser aproximadamente simples.

#### Programas de computador

O programa "LCOHOR" no pacote LFSA para microcomputadores (Sparre, 1987) pode executar a análise de coortes de Jones baseada em comprimentos, segundo a apresentação acima. O pacote "COMPLEAT ELEFAN" (Gayanilo, Soriano e Pauly, 1988) e o FISAT também contêm rotinas para uma análise baseada em comprimentos semelhante ao programa LCOHOR.

(ver **Exercício(s)** na Parte 2).

#### 5.4 TÉCNICA DE REPARTIÇÃO ("SLICING TECHNIQUE")

Nos métodos baseados em idades, Seções 5.1 e 5.2, vimos que podemos facilmente seguir a vida duma coorte ano após ano, como ilustrado na Tabela 4.4.1.1. Isto não se verifica nos métodos baseados em comprimentos porque o tempo não é igual para todos os intervalos de comprimento. A análise de coortes baseada em comprimentos ou a VPA resolve o problema trabalhando com pseudo-coortes ou seja, a distribuição média das frequências de comprimentos durante um período no qual não houve alterações significativas no esforço ou na malha utilizada. O período deve abranger o tempo suficiente para minimizar as flutuações na distribuição de frequências, causadas pelas variações no recrutamento sazonal e anual.

No caso duma amostragem anual de frequências de comprimentos é preferível manter os dados anuais separados, possibilitando assim a identificação de variações no recrutamento e alterações da mortalidade por pesca. Os peixes devem ser referidos por grupos de idade com intervalos fixos, geralmente um ano no caso de desova anual, onde o comprimento dum peixe com um ano, dois anos, etc., é calculado com os parâmetros de crescimento, podendo-se assim discernir as variações no recrutamento e na mortalidade. Os peixes menores do que o comprimento à idade 1 são referidos como o grupo-0, os que estão entre os comprimentos de idades 1 e 2 são referidos como o grupo-1, e assim por diante. Nalgumas classes de comprimento será necessário repartir proporcionalmente, ou seja distribuir as frequências entre os dois grupos de idade, como por exemplo, se o intervalo da classe de comprimento é 1 cm e os peixes da idade 1 têm 12.6 cm, então 6/10 dos peixes na classe 12-13 cm vão ser referidos ao grupo de idade 0 e 4/10 vão ser referidos ao grupo de idade 1. Se o intervalo de comprimento for 6 cm com uma classe de comprimento de

12-18 cm, então só a fracção  $0.6/6 = 0.1$  será referida ao grupo de idade 0 enquanto que  $9/10$  será referida ao grupo de idade 1.

Esta técnica é conhecida como a técnica da repartição "slicing technique", existindo várias versões das quais é difícil atribuir os devidos méritos. Há dois problemas importantes a considerar; a idade verdadeira do peixe não ser conhecida e a análise de coortes baseada em comprimentos utilizar um valor arbitrário da  $t_0$  (normalmente 0), pois as diferenças entre as idades,  $\Delta t$ , são utilizadas em vez das idades próprias, eliminando  $t_0$ . A escolha de  $t_0$  na técnica de repartição afecta a distribuição entre grupos de idades e a variação do recrutamento, mas isto é um problema menor quando se analisa uma pseudo-coorte. Na repartição de amostras anuais durante um período de vários anos é importante que todos os peixes da mesma coorte (classe anual) sejam atribuídos ao mesmo grupo de idade: grupo de idade 0 para um ano, grupo de idade 1 para o próximo ano, etc., e que não sejam distribuídos entre dois grupos de idade. O valor de  $t_0$  deve ser escolhido de tal forma que um pico na curva de distribuição, resultante duma classe anual forte, é atribuído, se for possível, a um grupo de idade para esse ano.

Mesmo uma escolha cuidadosa do  $t_0$  não pode evitar que alguns dos peixes sejam mal classificados por causa da variação do tamanho dentro duma coorte, como ilustrado na Fig. 1.4.1. Este problema pode ser ultrapassado com pressupostos sobre o desvio padrão do comprimento dos peixes dentro da coorte, assim como foi estimado para os peixes mais jovens com o método Bhattacharya, Secção 3.4, mas é difícil dizer se a técnica de repartição vai mesmo substituir a análise de coortes baseada em comprimentos.

**Exemplo 20a: Técnica de repartição aplicada aos mesmos dados da pescada do Senegal, tal como usados no Exemplo 20**

As Tabelas 5.4.1 e 5.4.2 dão um exemplo simples da análise de coortes baseada em idades, seguida da repartição de uma pseudo-coorte de pescada, exemplo já utilizado para a análise de coortes baseada em comprimentos (ver Tabela 5.3.1). Na análise de coortes baseada em comprimentos o recrutamento é definido como o número de peixes que entra na primeira classe de comprimento de 6 cm, e  $t_0 = 0$  é uma escolha sem consequências. A escolha de  $t_0 = 0$  na técnica da repartição faz com que uma estimativa do recrutamento num comprimento nominal dos peixes e à idade 0 seja pouco útil, pois a idade estimada aos 6 cm (Tabela 5.3.2) era 0.473, o que daria um  $t_0 = -0.473$  anos.

**Table 5.4.1 Exemplo de repartição. As capturas ('000) nas primeiras linhas da Tabela 5.3.1 são referidas por grupos de idade. Compare a aplicação dos resultados na Tabela 5.4.2**

idade t	comprimento à idade *) L(t)	classe de comprimento L1-L2	fracção do grupo menor	captura total C(L1,L2)	captura por grupo idade		
					0	1	2
0	6.00	6-12	1.0000	1823	1823		
1	17.81	12-18 18-24	$(17.81-12)/6 = 0.9683$ 1.0000	14463 25227	14005	458 25227	
2	28.48	24-30 30-36	$(28.48-24)/6 = 0.7467$ 1.0000	8134 3889		6073	2061 3889
3	38.14	36-42	$(38.14-36)/6 = 0.3567$	2959			1055
Captura total referente aos grupos de idade 0, 1 e 2:					15828	31758	7005

\*)  $L(t) = 130*(1-\exp(-0.1*(t+0.473)))$



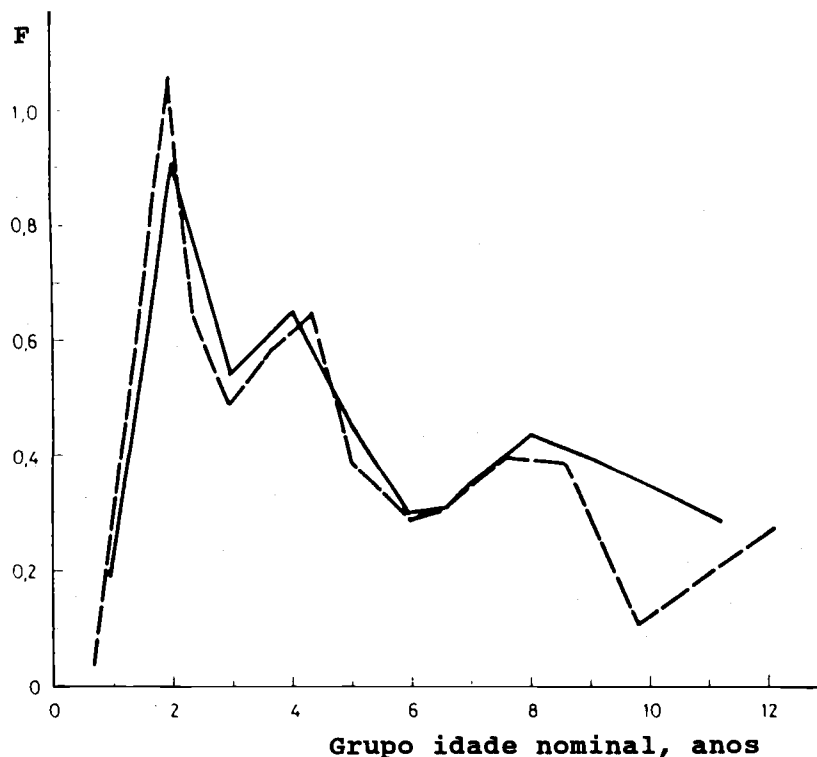


Fig. 5.4.1 Comparação de valores de F, por grupos de idade, da pesca do Senegal, estimados através da análise de coortes baseada em comprimentos (linha a tracejado) e da técnica da repartição. Ver Tabela 5.3.2, 5.3.3 e 5.4.1

Table 5.4.2 Análise de coortes baseada em idades depois de se utilizar a técnica de repartição. Pseudo-coorte da pesca do Senegal (Tabela 5.3.1) M = 0.28

grupo idade nominal t	captura ('000) C(t,t+1)	nº no princípio do ano ('000) N(t)	mortalidade por pesca F(t,t+1)
0	15828	99818	0.20
1	31758	61680	0.91
2	7005	19008	0.55
3	3426	8276	0.65
4	1044	3276	0.46
5	354	1569	0.30
6	227	878	0.35
7	144	466	0.44
8	64	227	0.40
9+	58	116 *)	0.28

\*)  $N(9) = C(9+) * Z(9+) / F(9+)$  (Eq. 5.1.7)

Na análise de coortes baseada em idades, após a técnica da repartição, atribuindo-se a idade 0 a esse peixe, também resulta num recrutamento com 6 cm de comprimento. Esta técnica de distribuição das capturas por grupos de idade está ilustrada na Tabela 5.4.1 e a consequente análise de coortes baseada em idades na Tabela 5.4.2. O recrutamento aos 6 cm de comprimento N(0) é agora estimado em 99.8 milhões em comparação com os 98.9 milhões obtidos pela análise de coortes baseada em comprimentos, considerando-se razoável. As mortalidades por pesca estimadas pelos dois métodos são comparados na Fig. 5.4.1, podendo-se ver que são similares excepto para os peixes mais velhos que são poucos nas capturas.